

Савицкий Олег Анатольевич

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: osav66@mail.ru.

347932 г. Таганрог, ул. Ломоносова, 57/1, кв. 57.

Тел.: 88634315638; +79034354049.

Savitsky Oleg Anatoljevich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: osav66@mail.ru.

57/1, Lomonosov street, sq. 57, Taganrog, 347932, Russia.

Phone: +78634315638; +79034354049.

ДК 551.466

И.Б. Аббасов

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕФРАКЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ
ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН НА БЕРЕГОВЫХ СКЛОНАХ РАЗНОЙ
КРУТИЗНЫ**

Рассматриваются вопросы моделирования рефракции нелинейных поверхностных гравитационных волн на береговых склонах разной крутизны в условиях залива. При подходе к берегу происходит постепенное уменьшение длины волны и заострение гребней. Представлены пространственно-трехмерные модели рефракции нелинейной поверхностной гравитационной волны на береговых образованиях.

Нелинейные поверхностные гравитационные волны; мелководье; рефракция; береговые образования.

I.B. Abbasov

**MODELLING OF REFRACTION OF NONLINEAR SURFACE GRAVITY
WAVES ON COASTAL SLOPES OF THE DIFFERENT STEEPNESS**

In article problems modeling of refraction nonlinear surface gravity waves on coastal slopes of a different steepness in the conditions gulf are considered. At the approach to coast there is a gradual reduction length of wave and point of crests. Spatially-three-dimensional models of refraction nonlinear surface gravity wave on coastal formations are presented.

Nonlinear surface gravity waves; shallow-water; refraction; coastal formations.

Вопросы изменения береговых линий из-за воздействия на них поверхностных волн остается достаточно актуальным. Этот вопрос связан также с явлением рефракции поверхностных волн. В работе [1] была исследована рефракция морских волн на материковой отмели. Работа [2] посвящена исследованию рефракции поверхностных волн на острове круглой, треугольной формы и на мысе. В работе [3] были рассмотрены вопросы трехмерного моделирования рефракции поверхностных волн на береговых образованиях различной конфигураций. Однако линейные модели описывают эти явления не в полном объеме, а определяют основные тенденции данных явлений. Поэтому для достоверного исследования волновых процессов необходим учет нелинейных эффектов.

Данная работа посвящена моделированию рефракции нелинейных поверхностных гравитационных волн на береговых склонах разной крутизны в условиях залива. Вопрос трехмерного моделирования рефракции нелинейных поверхностных

волн может играть немаловажную роль при моделировании экосистем прибрежных акваторий.

Рассмотрим волновые процессы, происходящие при подходе нелинейных гравитационных поверхностных волн к берегу в условиях мелководья. Смоделируем береговые склоны разной крутизны в условиях Таганрогского залива Азовского моря. Линии дна представлены на рис. 1 (масштаб по глубине увеличен). Они смоделированы на основе графиков функций: синуса – $s(x) = x \sin x$ и Бесселя пятого порядка – $s(x) = x J(5, x)$ в пределах от 0 до 10 км по оси x . Глубина уменьшается с $H=5$ м до нуля, крутизна склона не превышает значения $0,01^0$. Линия дна на основе функции синуса является пологой по всей протяженности дна, а на основе функции Бесселя более крутой у берега.

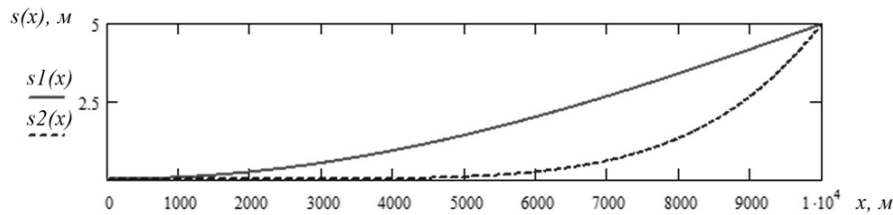


Рис. 1. Линии дна по аналитическим выражениям: $s1(x)=0,0006x \times \sin(0,0001x)$; $s2(x)=2x \times J(5, 0,0001x)$

При распространении поверхностной волны к берегу, глубина постепенно уменьшается. Однако выражение для скорости распространения поверхностной гравитационной волны выведено при условии постоянства глубины мелководья [4]

$$c = \sqrt{gH} . \quad (1)$$

Но если в пределах одной длины волны глубина меняется лишь на её долю, то формула (1) является вполне приемлемой для медленно меняющихся глубин [5], [1]. В нашем случае среднее изменение глубины для самой высокочастотной волны (удовлетворяющей условиям мелководности $H/\lambda \ll 1$) с длиной $\lambda=30$ м составляет менее $0,01\lambda$.

При распространении гравитационной волны к берегу происходит постепенное уменьшение длины волны, заострение гребня и в дальнейшем она обрушивается (на берегу или до него). Уменьшение длины волны следует из выражения для волнового числа [4], тогда с учетом изменения глубины получим

$$k(x) = \sqrt{\frac{\omega^2}{g(H - s(x))}} , \quad \lambda(x) = \frac{2\pi}{k(x)} . \quad (2)$$

Зависимость волнового числа $k(x)$ и скорости $c(x)$ от глубины приводит к зависимости от расстояния (из-за уменьшения глубины) и других основных параметров поверхностной волны: длины волны – $\lambda(x)$; амплитуды – $a(x)$; нелинейного параметра – $\varepsilon(x)$; дисперсии – $\gamma(x)$.

Необходимо отметить, что уменьшение длины поверхностной волны при подходе к берегу приводит к искривлению фронта волны, а это, в свою очередь, приведет к рефракции. Однако при этом должен соблюдаться закон сохранения энергии. Следовательно, уменьшение длины волны обуславливает увеличение значения амплитуды смещения, так как для волнового процесса энергия постоянна.

На рис. 2 представлена геометрия задачи распространения поверхностной гравитационной волны к берегу в условиях залива. В пределах каждой длины волны объем залива делится на вертикальные столбы жидкости. Снизу каждый столб ограничен плоскостью $z=-H_n$, а сверху – свободной поверхностью. В направлении движения волны столб ограничен плоскостями $x=x_n$ и $x_{n+1}=x_n+\lambda$, т.е. отстоят друг от друга на длину волны. В пределах каждого столба жидкости соблюдается закон сохранения энергии.

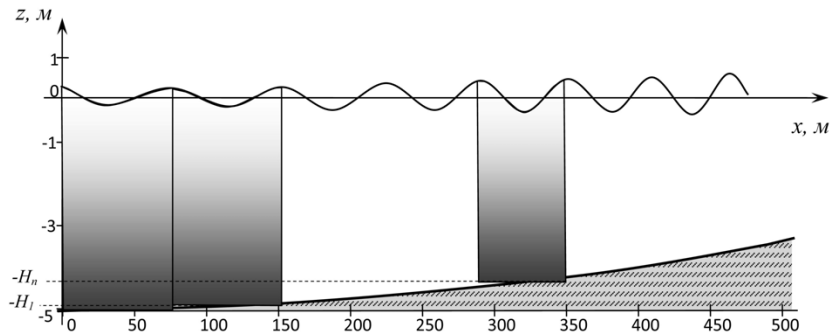
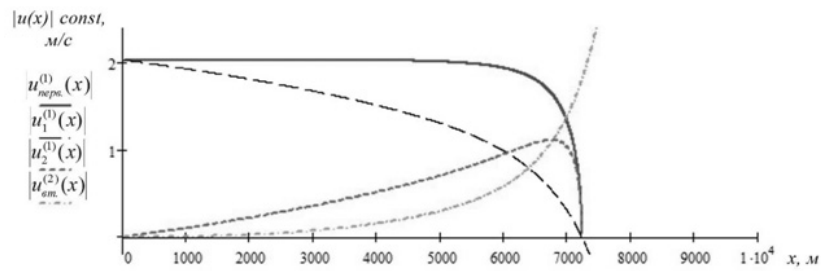


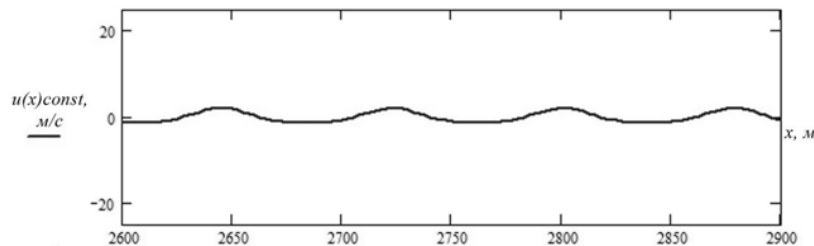
Рис. 2. Геометрия задачи распространения поверхностной гравитационной волны по наклонному дну в условиях залива

Для слежения за трансформацией профиля нелинейной поверхностной гравитационной волны при распространении по заливу используется выражение для горизонтальной скорости частиц среды [6].

Распределения колебательных скоростей первичных $u_{перв.}^{(1)}(x, t)$ и вторичных волн $u_{отм.}^{(2)}(x, t)$ при распространении гравитационной волны по заливу с линией дна на основе функции Бесселя представлены на рис. 3.



а



б

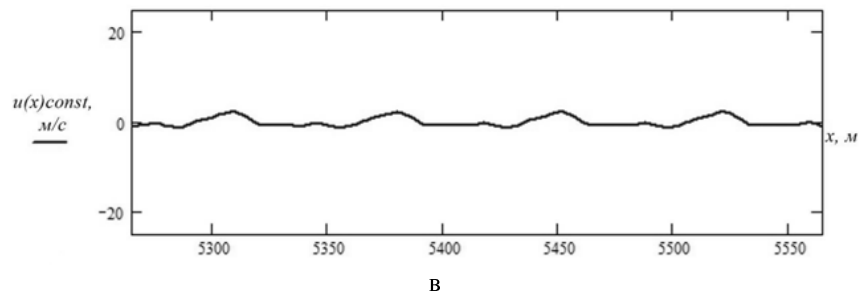


Рис. 3. Основные характеристики поверхностной гравитационной волны с начальными параметрами: $f=0,09\text{Гц}$; $\lambda=77,8\text{м}$; $c=7\text{м/с}$; $2a/\lambda=0,014$; $kH=0,4$; $\varepsilon=0,107$; $\gamma=0,004$, линия дна на основе Бесселевой функции

Так как в данном случае глубина залива уменьшается, следовательно, ускоряется процесс обрушения поверхностной волны из-за усиления нелинейности. Эта волна при распространении по заливу с ровным дном приходила в неустойчивость на расстоянии – $x_{хар.}^{(2)} \approx 10$ км. Она же для медленно поднимающегося в начале дна (на основе функции Бесселя) приходит в неустойчивость на расстоянии – $x_{хар.}^{(2)} \approx 7,3$ км, а корректной наша модель является до расстояния $X \approx 5$ км (рис. 3).

Неустойчивость для равномерно поднимающегося дна (на основе функции синуса) наступает на расстоянии – $x_{хар.}^{(2)} \approx 5$ км, а корректной модель является до $X \approx 3,8$ км. При этом до расстояния $X \approx 7$ км глубина на основе функции Бесселя на порядок меньше глубины на основе функции синуса, поэтому поверхностная волна для такого дна оказывается более устойчивой. Уменьшение расстояния неустойчивости связано с увеличением значения амплитуды смещения.

По сравнению с ровным дном амплитуда первичных волн $u_{перв.}^{(1)}(x, t)$ с расстоянием более медленно спадает. Это обусловлено тем, что при переходе к каждому новому столбику жидкости (рис. 2) значение амплитуды смещения растет. Для каждого нового столбика сначала определяется длина волны с помощью выражения (2), а потом с учетом постоянства энергии находим новые значения амплитуды смещения свободной поверхности, далее нелинейного параметра и колебательной скорости частиц. Значение нелинейного параметра $\varepsilon_n(x) = a_n(x)/H_n(x)$ при этом также увеличивается, так как с расстоянием глубина уменьшается.

Искажение профиля нелинейной поверхностной гравитационной волны (рис. 3,б, 3,в) происходит более ускоренно и с большей амплитудой. При этом из сравнения рис. 3,б и 3,в можно заметить постепенное уменьшение длины волны (сжатие волны), что само собой ещё более усиливает крутизну волны.

Для трехмерного моделирования рефракции нелинейной поверхностной гравитационной волны на береговых образованиях создадим трехмерную модель бухты. На рис. 4 представлена пространственная модель бухты по аналитическому выражению

$$z(x, y) = ay^2 \cos(bx) + (cy)^2. \quad (3)$$

Пространственная модель прямого берегового выступа описывается аналитическим выражением

$$z(x, y) = 0,0006 y \times \sin(0,0001 y). \quad (4)$$

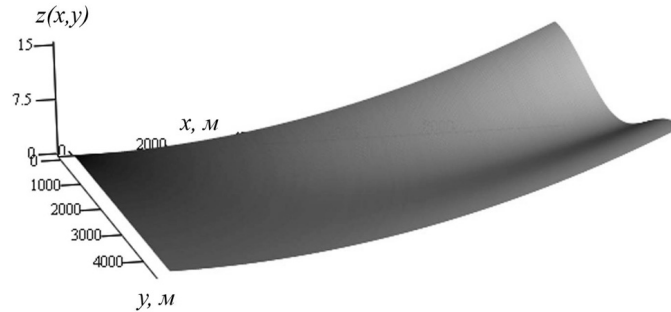


Рис. 4. Пространственная модель бухты (10км×10км×15м) по аналитическому выражению $z(x,y) = 3 \times 10^{-8} y^2 \cos(0,0014x) + (3,4 \times 10^{-4} y)^2$

Для моделирования процесса рефракции поверхностных гравитационных волн на данных береговых образованиях воспользуемся выражением для волнового числа в двухмерном случае:

$$k(x, y) = \sqrt{\frac{\omega^2}{g(H - z(x, y))}}, \quad (5)$$

где $z(x, y)$ – аналитическое выражение соответствующего берегового образования.

На рис. 5. приведена трехмерная модель рефракции в бухте нелинейной поверхностной гравитационной волны: угол $\theta=0^0$, протяженность бухты по оси x представлена на участке от 2 км до 4,5 км, по оси y составляет от 0 до 4,5 км.

Для расчетов поверхность залива разбита на сетку с шагом 8,5 м по осям x и y , значение шага на порядок меньше интервала дискретизации соответствующей волны (не менее 10 точек на длину волны). Волновой вектор направлен вдоль оси x . Пространственно трехмерные модели созданы методом плоскопараллельного переноса исходного поля скоростей вдоль оси y [7].

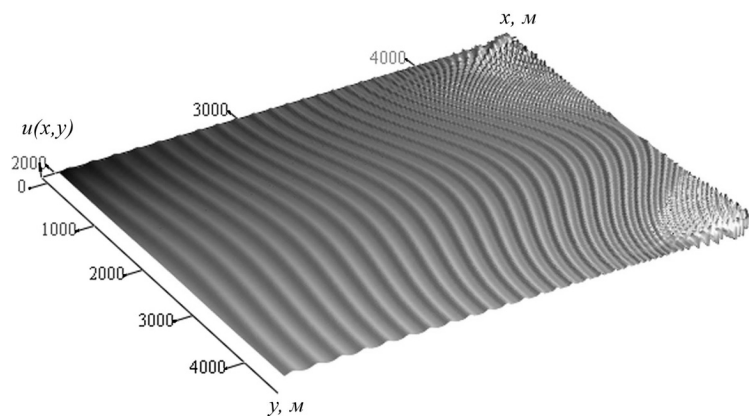


Рис. 5. Трехмерная модель рефракции в бухте нелинейной поверхностной гравитационной волны с начальными параметрами: $f=0,045$ Гц; $\lambda=155,6$ м; $H=5$ м; $2a/\lambda=0,0076$; $\theta=0^0$

С приближением к мысу фронт нелинейной поверхностной волны начинает искривляться и стремится стать нормальным к береговой линии. По направлению оси x наряду с уменьшением длины волны наблюдается искажение профиля волны, который становится все круче.

В заключении можно отметить, что рассмотренный метод позволяет проследить рефракцию нелинейных поверхностных гравитационных волн на береговых образованиях в условиях залива.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Шулейкин В.В.* Физика моря. – М.: Наука, 1968. – 587 с.
2. *Крылов А.Н.* К теории рефракции морских волн // Труды ГОИН. – 1950. – Вып. 16. – С. 95.
3. *Аббасов И.Б.* Пространственное моделирование волновых явлений на поверхности залива // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественная серия. – 2001. – № 4. – С. 56-57.
4. *Лемб Г.* Гидродинамика. – М.: Гостехиздат, 1947. – 524 с.
5. *Габов С.А.* Введение в теорию нелинейных волн. – М.: Изд-во МГУ, 1988. – 176 с.
6. *Аббасов И.Б.* Исследование и моделирование рефракции нелинейных поверхностных гравитационных волн в заливе // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. Т. 40. – 2004. – № 3. – С. 423-426.
7. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Проблемы гидродинамики и их математические модели. – М.: Наука, 1973. – 416 с.

Аббасов Ифтихар Балакишиевич

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: igkd@egf.tsure.ru.

347928, Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634371794.

Abbasov Iftikhar Balakishi

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: igkd@egf.tsure.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634371794.

УДК 53.004

В.А. Жорник, Ю.А. Прокопенко

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ ДВУХСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРОВ ПРИ ТЕПЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Проводится исследование термостойкости стеклянных покрытий на внутренней поверхности стальных труб. Показано, что наличие поверхностных трещин различной глубины приводит к значительному разбросу значений прочности и термостойкости покрытия, характеризующиеся функцией распределения. Производится расчет функций распределения термостойкости с использованием теории трещин и сравнивается с экспериментальными данными.

Покрытие; трещина; коэффициент интенсивности напряжения; функция распределения термостойкости.