6. Обобщающий критерий – извлечение выгоды, как для разработчиков ГИС, так и для пользователей, а также индивидуальное и организационное воздействие. В предложенной гибридной модели оценки качества установлена связь между категориями нечеткости представлений о качестве решений и моделью пользователя. Метод оценки качества сформирован по структурному описанию поведения класса объектов «Пользователи», а уже после применению картографической генерализации и зонирования для обобщения полученных оценок, таким образом решается проблема неполноты, противоречивости и нечеткости исходных данных о требуемом качестве информации. При разработке гибридной модели оценки качества используется интеллектуальная компонента, чего не применялось ранее.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Аверкин А.Н.* Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта. – М.: Наука, 1986.
2. *Беляков С.Л.* Интеллектуальные оболочки геоинформационных систем. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2008.
3. *DeLone W.H., McLean E.R.* Information Systems Success Revisited. Big Island, Hawaii: 2002.
4. *Ozkan S.* A Process Capability Approach to Information Systems Effectiveness Evaluation. /The Electronic Journal of Information Systems Evaluation, 2006.

Диденко Диана Александровна
Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.
E-mail: Di-ledi@mail.ru.
347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.
Тел.: +79185250475.

Didenko Diana Alexandrovna
Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.
E-mail: Di-ledi@mail.ru.
44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.
Phone: +79185250475.

УДК-62.50

М.В. Князева

ПЛАНИРОВАНИЕ МУЛЬТИПРОЕКТОВ В УСЛОВИЯХ НЕЧЕТКИХ ОГРАНИЧЕННЫХ РЕСУРСОВ

Посвящена рассмотрению основных подходов к управлению мульти-проектами, кратко приводятся имеющиеся разработки в области планирования, предлагается математическая модель для описания процесса управления несколькими проектами, разделяющими одни и те же ресурсы, излагаются основные способы представления неточности при задании времени выполнения работ в сетевой модели.

Мультипроект; неточность; вероятностная оценка; нечеткие числа.

M.V. Knyazeva

MULTIPROJECT SCHEDULING UNDER UNCERTAIN LIMITED RESOURCES

His work is dedicated to review of basic approaches to the problem of multi-project scheduling. There is brief survey on present researches devoted to the problem of project planning under limited resources. The problem treated in this work is mathematically described by a model to the multi-project case. Possible uncertainty of duration activity is treated by means of stochastic and fuzzy models.

Multiproject; uncertain; probability; fuzzy numbers.

Часто при планировании проектов управляющие лица сталкиваются со значительными трудностями, особенно при управлении несколькими проектами одновременно, связанными с распределением общих ограниченных ресурсов, неопределенными сроками и конечными результатами планирования специфичных проектов. Сложности могут также возникать в связи с предельными уровнями ресурсов, требуемых для выполнения, как отдельных работ, так и проекта вцелом. В такой ситуации лица, принимающие решения, должны определить, каким образом следует распределить ограниченные ресурсы между несколькими проектами в условиях неопределенности для того, чтобы удовлетворить всем требованиям, предъявляемым к ресурсам и времени выполнения проекта с тем, чтобы минимизировать издержки.

Метод PERT (Метод планирования и оценки затрат времени с использованием сетевого графика), впервые представленный в 1950 г., ввел первое представление о неопределенности в сетевом планировании, концентрируя свое внимание на таком параметре, как время выполнения работ. Этот метод позволяет давать оценку длительности выполнения работ с помощью вероятностного распределения. С тех пор данный метод расширялся в основном с помощью метода Монте-Карло. Некоторые из этих методов включают моделирование корреляции между длительностями работ и содержат правила, по которым должны быть распределены ресурсы в случае, когда имеет место так называемый конфликт ресурсов [5].

Однако априори планирование проектов путем распределения ресурсов и работы в условиях неопределенности и наличия ограничений на ресурсы является оптимизационной задачей и достаточно сложно прийти к решению проблемы, используя метод симуляции. Классическим примером оптимизации ресурсов и длительности работ являются детерминистические модели. Модель RCPSP (задача планирования в условиях ограниченных ресурсов) является стандартной моделью, описанной в литературе. Существует также несколько модификаций данной модели, такие, например, как: модели множественного исполнения для работ, модели запасов времени между работами, модель обобщенных отношений предшествования. Но лишь немногие работы направлены на решения задачи в условиях неопределенных длительностей работ, или ситуаций, в которых существует возможность влиять на вероятностное распределение длительностей путем перераспределения ресурсов.

В противовес стандартной модели RCPSP существуют разработки, направленные на планирование нескольких проектов одновременно, разделяющих общие ресурсы. Большинство подобных работ основывается на использовании правил приоритета, а расширение стандартной задачи до планирования мультипроектов осуществляется либо путем рассмотрения проектов по отдельности, связывая их через ограничения на ресурсы и целевую функцию, которая включает каждый их проектов, либо путем искусственного соединения их в единый проект путем введения фиктивной начальной и конечной работы. Но исследования, связанные с планированием мультипроектов обычно предполагают детерминированную длительность выполнения работ и ограничений на ресурсы. Поэтому в данной работе мы попытаемся проанализировать и обобщить приведенную выше постановку задачи планирования мультипроектов в условиях неопределенных ограниченных ресурсов, а также рассмотреть возможные способы описания неопределенности в процессе задания параметров сетевой модели.

Планирование мультипроектов в условиях неопределенности. Часто при планировании проектов доступность ресурсов ограничена или они не имеются в достаточном количестве для выполнения всех параллельных или совпадающих работ. В данной ситуации выполнение нескольких проектов по отдельности лишь увеличивает время выполнения проекта в целом. К тому же, на практике многие компании управляют несколькими проектами одновременно, разделяя при этом объединенные запасы возобновимых ресурсов. Существует несколько подходов к исследованию планирования мультипроектов. Планирование подобных проектов, как было сказано выше, может осуществляться либо путем искусственного соединения их в единый проект путем введения фиктивной начальной и конечной работы, либо путем рассмотрения проектов по отдельности, связывая их через ограничения на ресурсы и целевую функцию, которая включает каждый их проектов. В случае искусственного соединения нескольких проектов, задача может математически представлена с помощью модели Кристофидеса и др. применительно к мультипроектам [1]:

Минимизировать f(время) (1) при условии

$$\sum_t S_{ijt} = 1, \qquad i = 1,\dots,M\ ,\ \ J = 1,\dots,i_i + 1, \tag{2}$$

$$\sum_t t(S_{imt} - S_{ijt}) \ge d_{ij}\ ,\ (i,m) \in Hi\ ,\ i = 1,\dots,M\ , \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{J} \sum_{q=1-d_{ij}+1}^{t} r_{ijk} S_{ijq} \le R_k\ ,\ k = 1,\dots,K\ ,\ t = 1,\dots,T\ , \tag{4}$$

$$S_{ijt} \in (0,1)\ , \tag{5}$$

где $S_{ijt} = 1$, если работа *j* проекта *i* начинается во время *t*, и *0* в противном случае,

M – количество проектов, входящих в мультипроект;

J_i – количество работ проекта *i*;

K – количество типов возобновимых ресурсов;

Целевая функция (1) минимизирует меру критерия, относящегося ко времени, показанного в выражении (6) и (7).

Ограничение (2) показывает, что каждая работа должна выполняться один раз. Ограничения (3) – ограничения на предшествования, где H_i – группа пар работ с ограничениями предшествования в проекте *i;* работа $J_i + 1$ соответствует фиктивной работе, где реальное время выполнения проекта *i* достигнуто; и d_{ij} – продолжительность выполнения работы *j* проекта *i*.

Ограничения (4) ограничивают для каждого ресурса типа *k* и каждого момента времени *t* требования в ресурсе для работ, находящихся в исполнении так, что они не превышают их наличие R_k, где r_{ijk} – необходимость в ресурсе *k* для работы *j* проекта *i* и T – верхняя граница реального времени выполнения мультипроекта.

Ограничения (5) определяют переменную $S_{ijt} \in (0,1)$ как бинарную.

Когда применяется мультипроектный подход, временной целью оптимизации является «средняя отсрочка проекта», которая вычисляется по формуле:

$$\text{Средняя отсрочка проекта} = \sum_{i=1}^{M} \sum_{t} \frac{tS_{i,J_i+1,t} - CP_i}{M}, \tag{6}$$

где t – момент времени, а $S_{i,J_i+1,t}$ равное 1, дает полное время выполнения проекта i с ограниченными ресурсами, а CP_i – длина критического пути проекта i с ограниченными ресурсами. Очевидно, что минимизация этого критерия равнозначна минимизации среднего полного времени выполнения всех проектов с ограниченными ресурсами.

В том случае, когда применяется подход единого проекта, временной целью для минимизации является параметр увеличения длительности мультипроекта:

$$\text{Увеличение длительности (\%)} = \sum_{i=1}^{M} \sum_{t} \frac{tS_{i,J_i+1,t} - CP}{CP} \times 100\%, \tag{7}$$

где M – равно 1, поскольку группа проектов считается единым проектом, J_i – количество работ мультипроекта, t – момент времени, $S_{i,J_i+1,t}$, равное 1, дает полное время выполнения единого проекта с ограниченными ресурсами, CP – длина критического пути единого проекта. Минимизация данного критерия означает минимизацию совокупного периода исполнения проекта.

При этом, говоря о неопределенности, возникающей в процессе планирования, следует отметить, что не существует единого унифицированного метода представления неопределенных данных. Когда говорят о неточности в задаче сетевого планирования, обычно предполагается, что длительности выполнения работ или количество тех или иных ресурсов не могут быть представлены с помощью точных величин. Эти неточные параметры могут быть представлены различными способами, включая как PERT-модели, то есть модели стохастической оценки времени выполнения работ, представленными различными формами функций распределения, так и применением аппарата теории нечетких множеств.

1. Стохастическая оценка времени выполнения работ: PERT-модель. Применение PERT-модели предполагает ряд допущений:

1) Работы проекта не зависят друг от друга. Это предполагает, что оценка времени выполнения проекта должна быть произведена независимо оттого, что может произойти с другими работами проекта, и что, в свою очередь, может повлиять на доступность ресурсов, назначенных для данной работы.
2) Вероятностная функция распределения длительности d_u, а также случайная величина, обозначающая длительность работы u, может быть аппроксимирована (представлена) с помощью β-распределения:

$$dF(d_u) = K(d_u - a)^{\alpha}(b - d_u)^{\beta};\ a \le d_u \le b, \tag{8}$$

где a и b – параметры сдвига кривой распределения; α и β – параметры формы распределения; K(a, b, α, β) – константа.

Среднее значение (или мат. ожидание) функции β-распределения может быть представлена как

$$E(d_u) \cong \frac{a_u + 4m_u + b_u}{6}, \tag{9}$$

и дисперсия равна:

$$Var(d_u) \cong \frac{(b_u - a_u)^2}{36}, \tag{10}$$

где a_u – оптимистическая оценка длительности выполнения работы;

b_u – пессимистическая оценка; m_u - наиболее вероятное значение (оценка); т.е вид колебаний функции распределения d_u.

По существу в методе PERT не требуется представлять вероятностную функцию распределения d_u для всех работ или догадки по поводу среднего значения (мат.ожидания) $E(d_u)$ для всех работ, или же дисперсию $Var(d_u)$, а лишь предоставить значения a_u, b_u и m_u.

Допущение о β-функции распределения является удобным инструментом, который позволяет осуществлять подходящую аппроксимацию для среднего значения длительности (мат.ожидание) $E(d_u)$ и дисперсии $Var(d_u)$. Следует однако помнить, что подобные методы аппроксимации основаны на ряде допущений, которые не всегда могут быть допущены на практике.

Стандартное β-распределение с параметрами α > -1 и β > -1 для случайной переменной x представляется следующим образом:

$$f(x/\alpha\beta) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(\alpha+\beta+2)}{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(\beta+1)} x^{\alpha}(1-x)^{\beta}, & 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{– в противном случае} \end{cases} \tag{11}$$

И хорошо известно, что среднее значение (мат. ожидание), дисперсия и вид отклонения x соответственно равны:

$$E(x) = \frac{\alpha+1}{\alpha+\beta+2}, \tag{12}$$

$$Var(x) = \frac{(\alpha+1)(\beta+1)}{(\alpha+\beta+2)^2(\alpha+\beta+3)}, \tag{13}$$

$$Mode(x) = m = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}. \tag{14}$$

В ранних работах по PERT-методу [2] утверждалось, что стандартное отклонение является примерно 1/6 диапазона колебаний (статистики, по аналогии с правилом трех среднеквадратичных отклонений, часто оценивают стандартное отклонение унимодального (одновершинного распределения как приблизительно 1/6 диапазона отклонения), таким образом, дисперсия может быть записана как $Var(x) = \dfrac{1}{36}$, получая

$$\frac{1}{36}=\frac{(\alpha+1)(\beta+1)}{(\alpha+\beta+2)^2(\alpha+\beta+3)}, \qquad (15)$$

$$36(\alpha+1)(\beta+1)=(\alpha+\beta+2)^2(\alpha+\beta+3)\ . \qquad (16)$$

А из формулы для вида колебания (отклонения) (14) можно увидеть, что

$$\beta=\frac{\alpha(1-m)}{m}, m>0, \qquad (17)$$

которая может быть подставлена в уравнение (16), и мы получим кубическое уравнение, выраженное в α:

$$\alpha^3+(36m^3-36m^2+7m)\alpha^2-20m^2\alpha-24m^3=0\ . \qquad (18)$$

Для каждого значения m это кубическое уравнение может быть решено для значения α и в дальнейшем эта пара может быть подставлена в (17) для вычисления соответствующего значения β. Полученные решения сильно коррелируются со значениями m, и основоположники PERT метода использовали приближенное представление числа линейной регрессионной линии, отраженное в формуле:

$$\textit{Приближенное Среднее} = (1+4m)/6. \qquad (19)$$

Чтобы получить обобщенную форму β-распределения из стандартизованной формулы (11), применяется линейная трансформация $z=a+(b-a)x$, где случайная величина x имеет распределение как β между наименее вероятным значением a и наиболее вероятным значением b. Для линейных трансформаций хорошо известно, что $E(z)= a+(b-a)E(x)$. Подставляя аппроксимацию (19) за $E(x)$, имеем ожидаемое значение величины z:

$$a+(b-a)(1+4m)/6. \qquad (20)$$

Если мы обозначим тип обобщенной формы β как M, то линейная трансформация дает $M = a+(b-a)m$. Решая для m и подставляя в (20), дает выражение $(a+4m+b)/6$.

Кроме того, следует отметить, что существуют и другие формы функции распределения, такие, например, как равномерная функция распределения и треугольная [4].

2. Нечеткая оценка времени выполнения работ. В связи с уникальностью некоторых видов проектов историческая оценка длительностей выполнения тех или иных работ часто не может быть получена. В результате вероятностное распределение для длительностей выполнения работ остается величиной неизвестной. А поскольку оценка длительности выполнения работ дается экспертами, то учитывая определенные обстоятельства, менеджеры сетевых проектов часто сталкиваются с расплывчатыми и нечеткими суждениями. Например, такими: «Время выполнения данной работы будет явно составлять более двух дней, но менее 5; обычно требуется 3 дня». В таких ситуациях, когда нечеткость суждений преобладает над неуверенностью, сторонники теории нечетких множеств отрицают эффективность применения вероятностных оценок и рекомендуют применять нечеткие числа для оценки времени выполнения работ. Нечеткими числами [3] называют нечеткие множества, определенные на множестве вещественных чисел, которые могут быть использованы для описания неточной информации.

Пусть задано базовое множество Y. Под нечетким подмножеством $\tilde{A}$ на множестве Y понимается множество пар $\tilde{A}=\{(\mu_{\tilde{A}}(y)/y)\}$, $y \in Y$, где $\mu_{\tilde{A}}(y)$ – степень принадлежности элемента $y \in Y$ нечеткому подмножеству $\tilde{A}$.

Под нечетким числом $\tilde{A}$, согласно [6], понимается нечеткое подмножество $\tilde{A}$ универсального множества действительных чисел Y, имеющее нормальную и выпуклую функцию принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(y)$, $y \in Y$ [6].

Нечеткое число в общем случае может быть представлено сегментами, соответствующими определенным уровням α_k, *k=1, ..., n* (рис. 1.), т. е.

$$\mu_{\tilde{A}}(y) = \{[\, l_{\tilde{A}}^{\alpha_k}, r_{\tilde{A}}^{\alpha_k} \,]\},\ \mu_{\tilde{B}}(y) = \{[\, l_{\tilde{B}}^{\alpha_k}, r_{\tilde{B}}^{\alpha_k} \,]\}, \tag{21}$$

где $l_{\tilde{A}}^{\alpha_k}, r_{\tilde{A}}^{\alpha_k}$; $l_{\tilde{B}}^{\alpha_k}, r_{\tilde{B}}^{\alpha_k}$ – соответственно левая и правая границы интервала достоверности уровня α_k чисел $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$.

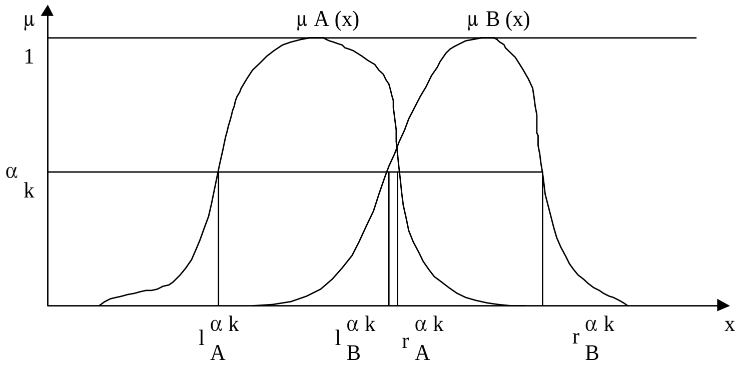

Рис. 1. Интервалы достоверности для нечетких чисел $\tilde{A}$ *и* $\tilde{B}$

Часто на практике используются следующие виды нечетких чисел: *интервалы, нечеткие треугольные числа и нечеткие трапециевидные числа*, а также *лингвистические переменные*. Все эти виды нечетких чисел позволяют одновременно упростить вычисления и достаточно точно формализовать большое количество ситуаций.

В данной работе были рассмотрены и проанализированы основные подходы к управлению мультипроектами в условиях нечетких ограниченных ресурсов, изучены имеющиеся разработки в области планирования, предложена математическая модель для описания мультипроектов. Изложены основные способы представления неточности при задании такого параметра сетевой модели как время выполнения работ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Christofides N., Alvares-Valdes R. and Tamarit J.,* Project scheduling with resource constraints: A branch and bound approach. European Journal of Operational Research 29 (1987). – С. 262-273.
2. *Clark C.E.,* The PERT Model for the distribution of Activity time, Operations Research, 10, 405-406, 1962.

3. *Dubois D., Prade H.,* Fuzzy Numbers: An Overview, Analysis of Fuzzy Informations, CRC Press, Boca Raton, 1987. – P. 3-39.
4. *Elmaghraby S.,* Activity Networks – Project Planning and Control by Network Models, John Wiley &Sons Inc., Ney York, 1977.
5. *Golenko-Ginsburg, D. and Gonik, Stochastic* Network Project Planning with Non-Consumable Limited Resources, International Journal of Production Economics, 48,29-37, 1997.
6. *Zimmermann, H.,* Fuzzy set Theory and its applications. Norwell: Kluwer Academic, 2001.

Князева Маргарита Владимировна
Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.
E-mail: rituhaa@gmail.com.
347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.
Тел.: 88634371743.

Knyazeva Margarita Vladimirovna
Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University".
E-mail: rituhaa@gmail.com.
44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia.
Phone: +78634371743.

УДК 519.87

А.Э. Саак

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ СИНТЕЗЕ РЕСУРСНЫХ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ

Ставится и решается задача оптимального распределения ресурсов в многопроцессорных вычислительных системах. Заявки пользователей представляются ресурсными прямоугольниками, в которых стороны равны требуемым процессорным и временным ресурсам. Предлагается целевой критерий оптимальности в качестве минимизации площади объемлющего ресурсного прямоугольника множества заявок пользователей.

Оптимальное распределение ресурсов; многопроцессорная вычислительная система; ресурсный прямоугольник, минимум площади объемлющего прямоугольника.

A.E. Saak

ON OPTIMAL SYNTHESIS OF RESOURCE RECTANGLES

A problem of optimal allocation of resources in multiprocessor computer systems is posed and solved. User's requests are represented by resource rectangles with sides equal to necessary processor and time resources on demand. It is suggested the target criterion of optimality per se minimization of area of comprehensive resource rectangle of many users requests.

Optimal allocation of resources; multiprocessor computer system; resource rectangle; minimum of comprehensive rectangle area.

Качество функционирования многопроцессорных вычислительных систем (МВС) во многом зависит от эффективности распределения процессорных и временных ресурсов [1-4]. Требование пользователя на обслуживание диспетчеру операционной системы МВС геометрически может быть представлено координатным прямоугольником с горизонтальным измерением, равным количеству процессоров и вертикальным – времени, требуемому заявке пользователя – ресурсному прямоугольнику [5].

В работах [1, 5] модель функционирования МВС представлялась полубесконечной полосой с высотой, равной числу процессоров, которое являлось огра-