

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Зеленцов В.А., Ковалев А.П.* Анализ существующих подходов к прогнозированию показателей долговечности стартового комплекса как сложной системы // Двойные технологии. – 2000. – № 1. – С. 20-22.
2. *Ефремов А.С., Зеленцов В.А., Миронов А.С., Уласень С.Н.* Прогнозирование остаточного ресурса коммутационного оборудования // Вестник связи. – 2004. – № 4. – С. 93-99.
3. *Городецкий В.И., Грушинский М.С., Хабалов А.В.* Многоагентные системы // Новости искусственного интеллекта. – 1997. – № 1. – С. 15-30.
4. *Месарович М., Мако Д., Такахара И.* Теория иерархических многоуровневых систем. – М.: Мир, 1973. – 340 с.
5. *Гермейер Ю.Б.* Игры с непротивоположными интересами. – М.: Наука, 1976. – 328 с.

Зеленцов Вячеслав Алексеевич

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук.

E-mail: zvambler@rambler.ru.

199178, г. Санкт-Петербург, 14 линия В.О., 39.

Тел.: +78123280103.

Ведущий научный сотрудник; д.т.н.; профессор.

Zelentsov Viacheslav Alexeevich

St. Petersburg Institute of Informatics and Automation of the RAS.

E-mail: zvambler@rambler.ru.

14 Linia, 39, SPIIRAS, St. Petersburg, 199178, Russia.

Phone: +78123280103.

The Leading Scientific Employee; Sc. Eng; Dr.; Professor.

УДК 519.816.

А.Н. Мальшева

АДДИТИВНЫЕ ПОЛЕЗНОСТИ В ТЕОРИИ ВЫБОРА АЛЬТЕРНАТИВ

Рассматриваются вопросы принятия решений в условиях риска на основе теории максимизации ожидаемой полезности. Приведен обзор развития фундаментальных основ теории полезности и аксиом полезности. Описаны теоретические основы максимизации ожидаемого блага путем введения риска в качестве переменной, в частности, теория В. Крелли. Рассмотрены аддитивные полезности: ожидаемая, общественная, абсолютная, порядковая.

Принятие решений; аддитивная полезность; теория максимизация; ожидаемая полезность; абсолютная полезность; порядковая полезность; общественная полезность; показатель энтропии.

A.N. Malysheva

**ADDITIVE UTILITY IN THE THEORY OF THE CHOICE
OF ALTERNATIVES**

Questions of decision-making in the conditions of risk on the basis of the theory of maximization of expected utility are considered. The review of development of fundamental bases of the theory of utility and utility axioms is resulted. Are described theoretical bases of maximization of the expected blessing by risk introduction in quality a feather-mennoj, in particular, V. Krelli's theory. Are considered additive utility: expected, public, absolute, serial.

Decision-making; additive utility; maximization; expected utility; absolute utility; serial utility; public utility; an entropy indicator.

В системно сложных объектах произвольной природы (ОПП) лицо, принимающее решение (ЛПР), определяет свои предпочтения в условиях, требующих выбора одной альтернативы из конечного множества возможных ситуаций. Устанавливая связь между притязанием и принятием решения, будем считать, что полезность в определенной мере управляет выбором альтернативы, а принимающий решение субъект охотнее выбирает более предпочитаемую альтернативу, чем менее благоприятную. К теории выбора относят работы аксиоматического характера, в которых предпринимается попытка установить, каким условиям должно удовлетворять поведение ЛПР, пытающегося следовать некоторым логичным принципам, которые он считает естественными, для того, чтобы его действия были признаны корректными в ситуации, где он осознает реальную возможность улучшения управления функционированием слабоструктурированным ОПП.

При конкретных предположениях о независимости полезностей отдельных значений релевантных для управления факторов предпочтения между возможными решениями могут быть охарактеризованы в терминах суммы (свертки) взвешенных унифицированных величин, связанных с осознанно выбранными решениями. В других случаях, как например, при выборе альтернатив в условиях неопределенностей появления различных значений однородных переменных, аддитивные предпочтения могут быть представлены с учетом объективных вероятностей в терминах ожидаемой полезности, связанной со взвешенными значениями признаков и вероятностями их реализаций [1,2].

С точки зрения ценностно-прагматического подхода **полезность** является одной из прагматических характеристик качества, определяющей пригодность ОПП к **удовлетворению определенных потребностей** или к **реализации операционально заданных целей**. Операционализм, по мнению М. Блауга (2004), это методологическая позиция, согласно которой теории и гипотезы считаются научными, если возможно задать операцию, которая присваивала бы количественные значения исходным переменным [3]. Однако одним лишь свойством измеримости суть понятия операционализма при задании целей-требований в поведенческих системах не ограничивается. Независимо от того, можно ли придать количественное выражение тому или иному значению переменной, диагностируемый фактор способен претендовать на статус научности, если речь идет о таком приписании нечисловым величинам их оценок (количественных качеств), которые согласуются с заданными формами практической проверки их состоятельности.

Истоки теории полезности восходят к работам Г. Крамера и Д. Бернулли (1738), где содержится объяснение Санкт-Петербургского парадокса [4]. Примерно в это же время Иеремиа Бентам (1748-1832), основатель *философии утилитаризма*, изучая принцип *полезности* или *пользы*, предложил систему принятия решений, включающую в себя семь переменных: интенсивность, продолжительность, несомненность или сомненность, время появления, плодовитость, чистоту и частоту затронутых интересов людей. Однако ни Бентам, ни его последователь Д.С. Милль (1806-1973), не смогли предложить меру для оценки выдвигаемых ими психологических ценностей, хотя их исследования определили структуру анализа полезности, когда эксперт пытался разработать количественную модель, сохраняющую те или иные характеристики, присущие выбранной схеме установления предпочтений.

В экономической литературе понятие *полезности* стали противопоставлять понятию трудовой стоимости К. Маркса (1818-1883), а в теории принятия решений категорию «полезность» ассоциировали с непротиворечивым количественным описанием предпочтений качественных явлений [5].

У.С. Джевонсу (1835-1882) принадлежит наиболее детальное для своего времени описание исторического развития математической теории «предельной полезности» [6]. Термин «*полезность*» в его понимании означал «все, что доставляет нам удовольствия или избавляет от страданий». Общая полезность единиц блага согласно Джевонсу зависит от его количества $g = f(x)$, а потребление блага должно быть «распределено между периодами такими порциями, чтобы в каждый момент времени последняя степень полезности с поправкой на вероятность получения этой порции блага и на близость во времени (proximity) была одинаковой: $v_1 p_1 q_1 = v_2 p_2 q_2 = \dots = v_n p_n q_n$, где v – последняя степень предпочтения, p – вероятность, q – коэффициент «близости во времени, а 1, 2, ..., n – моменты времени».

Идеи Крамера-Бернулли и С. Джевонса легли в основу разработанной Дж. Фон Нейманом и О. Моргенштерном (1947) теории *ожидаемой полезности*, которые доказали следующее предположение: «если индивидуум может выразить свои предпочтения между каждыми двумя возможными играми, где игры рассматриваются на некотором основном множестве альтернатив, то можно связать полезность с основными альтернативами таким образом, что, если индивидуум руководствуется лишь средним значением полезности, то он действует сообразно своим склонностям – при условии, что его склонности до некоторой степени упорядочены» [7].

Относительно этого суждения нужно сделать два замечания. *Во-первых*, построенная таким образом функция полезности отражает предпочтение принятия решений в конкретной ситуации, и поэтому она характеризует не только то, как индивидуум относится к альтернативам (выигрышам или исходам) вообще, но и то, как он относится к ним в данной ситуации. *Во-вторых*, связи с ожидаемыми полезностями вводятся так, чтобы обосновать основную роль предпочтения без рассмотрения влияния внешней среды.

В середине 50-х годов XX века А. Чепмен и Р. Аккофф (1955) разработали шкалу порядка с некоторыми ограничениями между элементами независимых притязаний. Примерно в это же время К. Эрроу показал, что установление групповой полезности включает такие суждения как [8]:

- ◆ относительный вес, придаваемый эксперту, когда он выражает свое мнение;
- ◆ относительный вес, придаваемый каждому голосованию в многостепенной процедуре выбора решений.

Одной из фундаментальных *аксиоматических теорий ожидаемой полезности* является работа Л.Д. Сэвиджа [9]. Опираясь на результаты, полученные Ф.П. Рамсеем (1931), де Финетти (1937), а также фон Неймана и О.Моргенштерна (1947), Л. Сэвидж (1954), на основании бинарного отношения «*быть предпочтительнее, чем*», ввел аксиоматическое соотношение

$$f \prec g \Leftrightarrow E(u, P_f) < E(u, P_g), \quad (1)$$

которое в терминах ожидаемой полезности (u) выполняется для всех действий f и g . В (1) E – знак математического ожидания; \prec – отношение слабого упорядочения на исходном множестве; P_f и P_g – вероятностные меры на f и g . Утверждение «менее вероятно, чем» является *качественным вероятностным* отношением на множестве событий и поддается определению в терминах «менее предпочтительно, чем». Другие шесть аксиом полезности даны в теореме Л. Сэвиджа об ожидаемой полезности [9], где также содержится раздел «Исторические и критические замечания о полезности».

В настоящее время доминирующей теорией принятия решений в условиях риска является *теория максимизации ожидаемой полезности*. Известны две попытки предложить альтернативу теории максимизации ожидаемого блага путем введения риска в качестве переменной.

Первая теория принадлежит В. Крелле (1969), в соответствии с которой показатель предпочтения имеет вид [10]

$$g = \sum_{j=1}^n \rho_j(x_j) p_j. \quad (2)$$

Здесь p_j – вероятность выбора альтернативы j ; x_j – не связанная с риском полезность исхода j ; $\rho_j(x_j)$ – функция предпочтения риска, установленная на полезности.

До настоящего времени теория Крелле носит абстрактный характер, поскольку отсутствуют не только процедуры для определения не связанных с риском предпочтений, но и соответствующие результаты приложения (2).

Вторая теория, в которой риск применяется в качестве эксплицитного индикатора, посредством которого отражается принятое наблюдателем решения, – это *«теория портфеля»*. Сущность ее сводится к тому, что лотереи могут быть охарактеризованы в терминах ожидаемой величины выигрыша и ощущаемой рискованности [11]. Здесь ЛПП движут «опасения» (избегания риска) и «алчность» (принять более рискованный вариант). Если эта теория корректна, то с помощью метода раскрытия выбранной автором гипотезы можно выбрать шкалу риска по принятию решения. Мы не станем развивать идею лотереи в терминах ожидаемой величины выигрыша и ощущаемой рискованности, поскольку в рассматриваемой идее полезность в явном виде отсутствует.

Представляется целесообразным различать *абсолютную полезность* (если функция предпочтений отражена на действительной оси) и *порядковую полезность* (если функция предпочтений отражает лишь последовательность притязаний наблюдателя). В последнем случае результаты мониторинга предпочтений оказываются связанными со шкалированием, техника и методы которого описаны в [12].

Многовариантность и стохастичность возможных путей и способов достижения конечных результатов в процессе выбора альтернатив часто связаны со случайным характером управления предпочтениями. Дело в том, что ряд процессов совершенствования функционирования системно сложных ОПП реализуется в условиях неопределенности, которая проявляется как в ходе прогнозирования будущих событий (субъективная составляющая), так и при анализе стохастической природы реальных явлений (объективная составляющая). Отметим, что важность и принципиальная новизна задач управления предпочтениями при учете субъективных или объективных вероятностей требуют отдельного и детального исследования [1,2,13].

В концепции субъективной или объективной вероятности содержится вопрос о том, где находится источник появления возможных событий: в *познающем субъекте* или в *реальной действительности*. В соответствии с этим условием упор делается или на меру убежденности в наступлении случайных событий (субъективная вероятность), или на возможность появления реальных явлений (объективная вероятность). С учетом того, что в экономической действительности преобладают редко встречающиеся или уникальные события (кроме страхования), многие авторы в теории ожидаемой полезности часто используют концепцию субъективной вероятности [2,9,14]. Предположения о субъективных вероятностных пред-

почтениях имеют место в работах М. Фримана и Л. Сэвиджа (1948), А. Папандреу (1953), Дж. Маршака (1955), Х. Крамера (1956), Т. Квандта (1956), Р.Д. Льюса и Х. Райфа (1957).

В [2] вероятность также интерпретируется в субъективном (личностном) смысле и понимается как численное выражение предположения ЛПР в истинности суждения вида: «если будет выполнено действие f , то в результате наступит событие x ». Субъективно наблюдатель может приписывать недостаточно точно выраженным событиям некие неопределенные вероятности «по крайней мере настолько», насколько он считает одно из них более или менее вероятным, чем другое. Неопределенность в принятии решений происходит от непоследовательности действий эксперта, когда познающий субъект не отдает себе ясного отчета, что он делает одно и то же сопоставление, или, когда у него в памяти наблюдается пробел по отношению к предыдущему выбору [15].

Заметим, что для случая учета «только вероятностных характеристик совокупности вариантов» Х. Иснер (1962), а вслед за ними А. Кофман и Г. Дебазай (1968) впервые предложили использовать *показатель энтропии* в качестве функции качества [16,17]:

$$H = -\sum_{j=1}^n p_j \log p_j, 0 \leq p_j \leq 1.$$

Однако их исследования относились только к оперированию сложными стохастическими подсетями, когда каждый из конкурируемых вариантов имеет ненулевую вероятность реализации p_j , и не касаются алгоритмов вычисления оценок полезности, предлагаемых в настоящей диссертации.

На основе энтропийных моделей А.Дж. Вильсоном (1970) получены интересные интерпретации *экономической теории полезности*, являющиеся обобщенной характеристикой макросистемы, определяемой на множестве функций предпочтений отдельных ее подсистем. Исследуя разнообразие объектов приложения закономерностей энтропии, Вильсон подчеркивает тот факт, что если формирование частных оценок притязаний не представляет больших трудностей, то анализ связей между предпочтениями отдельных подсистем и системы в целом не поддается формализации [18]. Интересные результаты в этом направлении получены Дж. Нейдеркорном и Б. Бехдолитом, которые предприняли попытку в области создания гравитационной модели, исходя из максимизации энтропии [19].

Д.И. Голенко (1973), исследуя однородную сеть системно сложных объектов, строит аддитивную функцию полезности (в баллах), значение которой складывается из притязаний каждого фактора:

$$F = \sum_{j=1}^n \lambda_j.$$

К числу достоинств использования функции вида F указывается на простоту и наглядность процедуры оценки. Однако вид отношения $\lambda_i = f(x_i)$ автор не дает; более того предлагаемая оценка F не отражает значимости переменных и степень взаимодействия между ними [20].

Развивая концепцию системно-социального качества, Н.Д. Кондратьев (1991) выделяет *общественную полезность*, которая синтезирует в себе не только потребительскую сторону продуктов труда, но и стоимостную, то есть несет в себе семантику «ценности» [21].

В предисловии к русскому изданию книги Вильсона, подчеркивая трудности установления предпочтений для различных признаков и частей, Ю. Попков констатирует: «Их формирование обычно не представляет большого труда, тогда как установление связи между предпочтениями отдельных подсистем и системы в целом оказывается задачей не формальной. И здесь речь может идти лишь о некоторых гипотезах, на основе которых удастся построить формальную модель такой связи. В частности, одна из них приводит к *функции полезности* физической системы».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Васильев В.И., Красильников В.И., Плакий С.И., Тягунова Т.Н.* Оценка качества деятельности образовательного учреждения. – М.: ИКАР, 2005.
2. *Фишберн П.* Теория полезности для принятия решений. – М.: Наука, 1978.
3. *Блауг М.* Методология экономической науки. – М.: 2004.
4. Теория потребительского поведения и спроса. – СПб.: Экономическая школа, 1993.
5. Вопросы и процедуры принятия решений. – М.: Мир, 1976.
6. *Jevons W.S.* The Theory of Political Economy. London, 1924.
7. *Нейман Дж. Фон, Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. – М.: Наука, 1970.
8. *Arrow K.J.* Rational choice functions and ordering // *Economica*. – 1959.
9. *Savage L.J.* The foundation of statistics, Wiley, New York, 1954.
10. *Krelle W.* A theory of rational behavior under uncertainty // *Metroeconomica*. – 1959. – Т. 11, № 2.
11. Нормативные и дескриптивные модели принятия решений. – М.: Наука, 1981.
12. *Тягунова Т.В.* Шкалирование и многомерный анализ. – М.: МГУП, 2007.
13. Нечеткие множества и теория возможностей. – М.: Радио и связь, 1986.
14. *Ramsey F.P.* The Foundations of Mathematics. New York, 1931. *Savage L.* The Foundations of Statistics. – New York, 1954.
15. *Льюис Р.Д., Райффа Х.* Игры и решения. – М.: Изд. Иностранной литературы, 1961.
16. *Кофман А., Дебазай Г.* Сетевые методы планирования и их применение. – М.: Прогресс, 1968.
17. *Eisner H.A.* Generalized Network Approach to the Planning and Scheduling of a Research Project // *Operation Research*. – 1862. – Т. 10, № 1.
18. *Вильсон А.Д.* Энтропийные методы моделирования сложных систем. – М.: Наука, 1978.
19. *Neidercorn J.A., Bechedolt B.V.* An economic derivation of the «gravity law» of spatial inflection. *J. Reg. Sci.*, 1969. № 9.
20. *Голенко А.И.* Статистические модели в управлении производством. – М.: Статистика, 1973.
21. *Кондратьев Н.Д.* Основные проблемы экономической и социальной динамики. – М.: Наука, 1991.

Мальшева Анна Николаевна

Московский институт экономики, менеджмента и права.

E-mail: malychev@miemp.ru.

115432, г. Москва, 2-ой Кожуховский проезд, 12, стр. 1.

Кафедра истории и философии; старший преподаватель.

Malysheva Anna Nikolaevna

The Moscow Institute of Economy, Management and the Right.

E-mail: malychev@miemp.ru.

12, 2-nd Kozhukhovskij travel, bil. 1, Moscow, 115432, Russia.

The Department of History and Philosophy; Senior Lecturer.