

рошающие дальнейший анализ допущения о нечетких предпочтениях (например, о виде функции ценности), которые заведомо несправедливы для множества всех решений. Кроме того, эффективные решения могут обладать интересными и практически важными свойствами, не присущими остальным решениям.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Подиновский В.В. и др.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, Глав. ред. физ.-мат. литературы, 1982. – 256 с.

Заргарян Елена Валерьевна

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: fin_val_iv@tsure.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 8(8634)371773.

Кафедра систем автоматического управления; доцент.

Игнатьев Владимир Владимирович

Тел.: 88634371689.

Zargarjan Elena Valerevna

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: fin_val_iv@tsure.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 8(8634)371773.

The Department of Automatic Control Systems; associate professor.

Ignatjev Vladimir Vladimirovich

Phone: 88634371689.

УДК 681.518

Ю.А. Заргарян, В.В. Затылкин

КЛАССИФИКАЦИЯ И НЕЧЕТКАЯ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ В ЗАДАЧАХ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Осуществлена постановка задачи принятия решения по совокупности количественных и качественных критериев с применением оценок экспертов. Задача принятия решений сведена к классификации мультимножеств. Приведен алгоритм кластеризации при разных количествах нечетких кластеров.

Эксперты; принятие решений.

U.A. Zargarjan, V.V. Zatytkin

CLASSIFICATION AND NOT EXPRESSLY CLUSTERIZATION IN TASKS OF MAKING DECISION

Raising of direction-finding on the aggregate of quantitative and high-quality criteria problem is carried out with the use of estimations of experts. The task of making decision is taken to classification. The algorithm of clusterization at the different amounts of not expressly clusters is resulted.

Experts; making decision.

Многие задачи предприятий энергетической промышленности применяют современные методы системного анализа и новые информационные технологии в обеспечении процесса принятия решений и стратегического управления в условиях неопределенности. В задачах менеджмента применение таких технологий сводится, например, к выбору проектов систем и распределению ресурсов между ними или выбору объекта из некоторого множества по совокупности критериев. Использование математического моделирования в условиях неопределенности и информационных технологий в деятельности энергетических предприятий позволяет повысить рентабельность и в целом улучшить экономический климат в стране.

Рассмотрим постановку задачи принятия решения при существовании многих критериев. Необходимо принять решение многокритериального выбора из множества объектов $X = \{x_1, \dots, x_k\}$, по совокупности количественных и качественных критериев $C = \{C_1, \dots, C_k\}$. Принятие решения осуществляется m экспертами.

Может существовать несогласованность экспертных оценок, которая вызывается неоднозначностью понимания экспертами решаемой задачи, ошибками и неточностями при оценивании объектов по отдельным критериям, а также специфичностью знаний экспертов. Например, эксперты могут относить сильно различающиеся объекты в один и тот же класс, а объекты со сходными критериальными оценками – в разные классы. Применение метода согласования или усреднения индивидуальных экспертных оценок часто не дает положительных результатов, так как сложно или невозможно найти согласованное мнение экспертов. Индивидуальные оценки экспертов могут быть получены в соответствии с известными методиками, например, рассматривая интегральный критерий как нечеткую свертку частных критериев по схеме Беллмана-Заде [1].

Каждый эксперт решает задачу многокритериального анализа, состоящую в классификации элементов множества X по критериям из множества G . Оценки объекта экспертами будем рассматривать, как нечеткие множества с функциями принадлежности $\mu_{G_i}(x_j)$, где значение функции – число в диапазоне $[0, 1]$, характеризующее принадлежность $x_j \in X$ по критерию $G_i \in G$. Определим G_i в виде нечеткого множества \tilde{G}_i на множестве объектов X [1]:

$$\tilde{G}_i = \left\{ \frac{\mu_{G_i}(x_1)}{x_1}, \dots, \frac{\mu_{G_i}(x_k)}{x_k} \right\}. \quad (1)$$

Степени принадлежности нечеткого множества \tilde{G}_i определяют методом построения функций принадлежности на основе парных сравнений по шкале Саати [1].

Пусть по i -му критерию r экспертами было дано u_i различных оценок $g_{j,i,r}$, которые обозначим через $q_i^{y_i}$ ($y_i = \overline{1, u_i}$). Оценки $q_i^{y_i}$ ($i = \overline{1, n}, y_i = \overline{1, u_i}$) упорядочены от лучшего значения к худшему. Для каждого объекта x_j на множестве критериев $G = \{G_1, \dots, G_n\}$ сформировано мультимножество [2]:

$$C_j = \{ k_{C_j}(q_1^1) \cdot q_1^1, \dots, k_{C_j}(q_1^{u_1}) \cdot q_1^{u_1}, \dots, k_{C_j}(q_n^1) \cdot q_n^1, \dots, k_{C_j}(q_n^{u_n}) \cdot q_n^{u_n} \}. \quad (2)$$

Задача многокритериальной классификации объектов сводится к классификации мультимножеств. Выполним разложение совокупности объектов X на некоторое количество классов на основе нечеткой кластеризации. Задача нечеткой кластеризации заключается в определении нечеткого разбиения множества объектов

исследуемой совокупности, которые образуют структуру нечетких кластеров, присутствующих в рассматриваемых данных [3]. Определяют степени принадлежности элементов исследуемой совокупности искомым нечетким кластерам.

Пусть $C = \{C_1, \dots, C_k\}$ – множество объектов кластеризации, соответствующее множеству исходных объектов $X = \{x_1, \dots, x_k\}$. Сформируем матрицу D размерности $k \times s$ ($s = \sum_{i=1}^n u_i$), строки которой соответствуют мультимножествам C_j ($j = \overline{1, k}$).

Задача нечеткой кластеризации требует определить нечеткое разбиение $R(D) = \{D_t \mid D_t \subseteq D\}$ ($\cup D_t = D$, $D_t \in R$; высота $h_B < 1$ для $B = D_t \cap D_m$ при любых $D_t, D_m \in R$) множества D на некоторое число c нечетких кластеров D_t , которое доставляет экстремум целевой функции $f(R(D))$ среди всех разбиений. Искомые кластеры являются нечеткими множествами D_t , образующими нечеткое разбиение множества объектов D . Согласно $\cup D_t = D$:

$$\sum_{t=1}^c \mu_{D_t}(C_j) = 1 \quad (\forall C_j \in D). \quad (3)$$

Для нечетких кластеров определим центры v_t искомым кластерам D_t , которые рассчитываются для каждого из кластеров по формуле

$$v_{t,i}^{y_i} = \frac{\sum_{j=1}^k (\mu_{D_t}(C_j))^m \cdot k_{C_j}(q_i^{y_i})}{\sum_{j=1}^k (\mu_{D_t}(C_j))^m} \quad (t = \overline{1, c}; i = \overline{1, n}; \forall C_j \in D), \quad (4)$$

где m – экспоненциальный вес, $m > 1$. Центром кластеризации являются векторы $v_t = (v_t^1, \dots, v_t^s) = (v_{t,1}^1, \dots, v_{t,1}^{u_1}, \dots, v_{t,n}^1, \dots, v_{t,n}^{u_n})$ в s -мерном ($s = \sum_{i=1}^n u_i$) пространстве.

Определим целевую функцию как сумму квадратов взвешенных отклонений координат объектов кластеризации от центров кластеров:

$$f(D_t, v_t) = \sum_{j=1}^k \sum_{t=1}^c (\mu_{D_t}(C_j))^m \cdot d_{i,y_i,t}, \quad (d_{i,y_i,t} = \sum_{i=1}^n \sum_{y_i=1}^{u_i} (k_{C_j}(q_i^{y_i}) - v_{t,i}^{y_i})^2). \quad (5)$$

Для матрицы D и числа m необходимо определить значения функций принадлежности объектов кластеризации $C_j \in D$ нечетким кластерам D_t , которые доставляют минимум целевой функции (5) и удовлетворяют ограничениям:

$$\sum_{j=1}^n \mu_{D_t}(C_j) > 0, \quad (t = \overline{1, c}); \quad (6)$$

$$\mu_{D_t}(C_j) \geq 0, \quad (t = \overline{1, c}, \forall C_j \in D). \quad (7)$$

Минимизируем отклонения всех объектов кластеризации от центров нечетких кластеров пропорционально значениям функций принадлежности этих объектов соответствующим кластерам. Выполним кластеризацию при разных количествах нечетких кластеров c на основе алгоритма FCM (Fuzzy C-Means) [3].

Шаг 1. Зададим число c нечетких кластеров; итераций алгоритма s ; параметр сходимости алгоритма ε ; экспоненциальный вес расчета целевой функции и цен-

тров кластеров m . Для матрицы D зададим некоторое нечеткое разбиение $R(D)=\{D_t \mid D_t \subseteq D\}$ на непустые кластеры, описываемое совокупностью функций принадлежности $\mu_{D_t}(C_j)$ ($t = \overline{1, c}$, $\forall C_j \in D$).

Шаг 2. Для текущего нечеткого разбиения $R(D)$ определим центры нечетких кластеров по формуле (5) и значение целевой функции по формуле (6).

Шаг 3. Сформируем новое разбиение $R'(D)$ множества объектов на непустые нечеткие кластеры с функциями принадлежности $\mu'_{D_t}(C_j)$ ($t = \overline{1, c}$, $\forall C_j \in D$):

$$\mu'_{D_t}(C_j) = 1 / \sum_{l=1}^c (d_{i,y_i,t} / d_{i,y_i,l})^{1/(m-1)}. \quad (8)$$

Шаг 4. Если $d_{i,y_i,t} = 0$ для некоторого $C_j \in D$ и некоторого $r \in \{2, \dots, c\}$, то для кластера D_r принимают $\mu'_{D_r}(C_j) = 1$, а для кластеров D_l ($l \neq r$) – $\mu'_{D_l}(C_j) = 0$. Если $d_{i,y_i,t} = 0$ для некоторого $C_j \in D$ при нескольких $r \in \{2, \dots, c\}$, то для наименьшего r принимают $\mu'_{D_r}(C_j) = 1$, а для других $l \in \{2, \dots, c\}$ ($l \neq r$) – $\mu'_{D_l}(C_j) = 0$.

Шаг 5. Для нечеткого разбиения $R'(D)=\{D_t \mid D_t \subseteq D\}$ по формуле (9) рассчитаем центры нечетких кластеров v_t и значение целевой функции $f(D, v_t)$ по формуле (5).

Шаг 6. Если количество выполненных итераций превышает число s или модуль разности $|f(D, v_t) - f'(D, v_t)| \leq \varepsilon$, то в качестве результата нечеткой кластеризации принимается разбиение $R'(D)=\{D_t \mid D_t \subseteq D\}$, и алгоритм завершается. В противном случае текущим разбиением следует принять $R(D)=R'(D)$ и перейти к шагу 3.

В результате применения алгоритма FCM определяется локально-оптимальное нечеткое разбиение, описываемое совокупностью функций принадлежности, и типичные представители нечетких кластеров. Для оценки компактности и хорошей отделенности кластеров используется индекс Хие-Бени:

$$\chi = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{t=1}^c (\mu_{D_t}(C_j))^m \cdot d_{i,y_i,t}}{k \cdot \min_{l \neq t} \sum_{i=1}^n \sum_{y_i=1}^{u_i} (v_{l,i}^{y_i} - v_{t,i}^{y_i})^2}. \quad (9)$$

При хороших результатах нечеткой кластеризации $\chi < 1$. В качестве искомого числа кластеров c следует выбрать то, для которого индекс χ принимает минимальное значение. Для получения адекватных результатов нечеткой кластеризации необходимо многократное выполнение алгоритма FCM при заданном числе кластеров для различных исходных нечетких разбиений и сравнение значений целевой функции полученных нечетких разбиений с целью принятия окончательного решения об искомой нечеткой кластеризации.

Отметим, что критерии могут быть заданы как в количественном, так и в качественном виде. Классификация объектов может быть выполнена по степени близости к наилучшему (наихудшему) объекту в метрическом пространстве мультимножеств на основе нечеткой кластеризации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Беллман Р. и др.* Принятие решений в расплывчатых условиях. В кн.: Вопросы анализа и процедуры принятия решений. – М.: Мир, 1976. – С. 172-215.
2. *Петровский А.Б.* Многокритериальное принятие решений по противоречивым данным: подход теории мультимножеств // Информационные технологии и вычислительные системы, 2004. – №2. – С. 56-66.
3. *Леоненков А.* Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 736 с.

Заргарян Юрий Артурович

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: fin_val_iv@tsure.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634371689.

Кафедра систем автоматического управления; аспирант.

Затылкин Вячеслав Владимирович**Zargarjan Jury Arturovich**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: fin_val_iv@tsure.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 88634371689.

The Department of Automatic Control Systems; postgraduate student.

Zatytkin Vyacheslav Vladimirovich