УДК 004.932.72

**А.В. Гончаров**

# ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ЗНАКОВОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ*

*Вводится общее определение знакового представления изображений в терминах теории отношений. Приводятся примеры знаковых представлений, определенных различными отношениями частичного порядка. Рассматриваются инвариантные преобразования знакового представления, показывается, что они образуют группу, что множество изображений, связанных инвариантными преобразованиями, образуют выпуклый многогранный конус в пространстве изображений.*

*Распознавание образов; знаковое представление изображениц; инвариантные преобразования.*

**A.V. Goncharov**

# INVESTIGATION OF THE PROPERTIES OF IMAGES SIGN REPRESENTATION IN THE PATTERN RECOGNITION PROBLEMS

*The new general definition of the sign representation of images is introduced. Examples of sign representations with different partial order relations are presented. Investigation of invariant transforms of the sign representation is carried out and it is shown, that they are form group structure. It is also shown that images with the same sign representation form a convex polyhedral cone.*

*Pattern recognition; Sign representation of images; Invariant transform.*

## Введение

Идея знакового представления данных возникла при решении задач статистической оценки, и впервые была опубликована в виде целостной теории в монографии М.В. Болдина и соавторов [1] применительно к задачам эконометрики. Тем не менее, данный подход оказался продуктивным при решении задач обработки и анализа изображений.

Многие задачи распознавания образов эффективно решаются с помощью алгоритмов, основанных на знаковом представлении изображений. В работах [14, 11, 10] рассматривается применение знакового представления изображений для решения задачи детекции лиц на изображениях, которая заключается в поиске участков изображения, содержащих лица и не включающих в себя элементы заднего фона. Детекция лиц является важным предварительным этапом при решении задач распознавания лиц, таких как идентификация лиц, определение пола и возраста, распознавание эмоций, и др. В работах [14, 12, 13] рассматривается использование данного подхода применительно к задачам идентификации изображений лиц, когда по лицу-запросу осуществляется поиск наиболее похожих лиц, содержащихся в базе изображений. Применение знакового представления изображений в моделях активных контуров [13] позволяет эффективно с вычислительной точки зрения решать задачу локализации лицевых признаков, таких как контуры бровей, координаты уголков глаз и центров зрачков, контуры носа и губ, овал лица. Знаковое представление изображений хорошо зарекомендовало себя и при решении задачи поиска нечетких дубликатов изображений [2]. Понятие

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проекты №08-07-00129, №07-07-00067.

«нечеткий дубликат» является устоявшимся термином в задачах информационного поиска и обычно употребляется применительно к документам и изображениям. Нечеткость в данном случае интерпретируется как неполное или частичное совпадение документов или изображений. Данная задача является острой проблемой, например, для поисковых систем [3, 4], поскольку одним из критериев «качества» информационного поиска является разнообразие выдачи результатов поискового запроса. Кроме того, обнаружение нечетких дубликатов представляет собой большой интерес при борьбе со спамом [5], распространяемым в виде графических файлов.

Таким образом, знаковое представление изображений является эффективным и достаточно универсальным подходом для решения многих задач распознавания образов. Разработанные на основе знакового представления алгоритмы апробированы на общепринятых наборах данных, таких как базы изображений лиц AR, Yale, Yale B, Essex, Caltech, BioID, ORL, а также на коллекции изображений Flickr, подготовленной в рамках инициативы РОМИП, и на коллекции изображений Яндекс, подготовленной в рамках конкурса Интернет-математика 2007. Полученные результаты оценки качества в терминах полноты и точности, а также оценки ошибок первого и второго рода, свидетельствуют о высокой эффективности предложенного подхода и соответствуют показателям лучших на сегодняшний день алгоритмов, решающих соответствующие задачи.

Несмотря на широкий спектр задач, решаемых при помощи знакового представления изображений, системного изучения его свойств до настоящего времени не проводилось. В рамках данной работы применяется аппарат теории частично упорядоченных множеств и теории графов для формализации и изучения основных свойств знакового представления изображений, а также его обобщение на случай произвольного отношения частичного порядка.

## 1. Основные понятия

Под растровым полутоновым изображением будем понимать вещественную функцию $f = f\left(x_1, x_2\right)$, заданную в целочисленных точках сетки $\Omega = \{1,\cdots,w\}\times\{1,\ldots,h\}$, т.е. $f:\Omega\to\mathbf{R}_+$, где $\mathbf{R}_+ = \left[0,+\infty\right)$. Точку с координатами $\left(x_{i_1}, x_{i_2}\right)$ будем называть *пикселем* и обозначать $v_i$, а $f\left(v_i\right)$ – значения яркости изображения $f$ в пикселе $v_i$, где $i = 1,\ldots,m$, $m = |\Omega|$ – количество пикселей на изображении $f$. Множество всех изображений $f:\Omega\to\mathbf{R}_+$ обозначим через $\mathrm{F}$ .

## 2. Определение знакового представления изображений

На множестве пикселей $\Omega$ изображения $f$ рассмотрим множество отношений $\Re_\mu \subseteq \Omega\times\Omega$, индуцированные значениями $f$ на элементах $\Omega$, причем такие, которые можно вложить в некоторое отношение линейного порядка.

**Определение 1** *Отношение* $R\in\Re$, *заданное на множестве* $\Omega$ *по значениям* $f$, *в совокупности с самим множеством* $\Omega$ *будем называть знаковым представлением изображения* $f$ *и обозначать* $S$ .

Пусть $\mathrm{S}$ – множество всех знаковых представлений всего класса изображений $\mathrm{F}$. Обозначим через $\sigma : \mathrm{F} \to \mathrm{S}$ отображение, которое изображению $f \in \mathrm{F}$ ставит в соответствие его знаковое представление $S \in \mathrm{S}$, т.е. $\mathrm{S} = \sigma(\mathrm{F})$. Будем также писать $\sigma(f) = S$, если нужно подчеркнуть поэлементное действие отображения $\sigma$.

Знаковому представлению $\sigma(f)$, заданному отношением $R$ на множестве пикселей $\Omega$ изображения $f$, можно поставить в соответствие ориентированный граф $\Gamma(\Omega, R)$, вершинами которого являются пиксели изображения $f$, а дугами — элементы множества $R$, при этом дуга графа направлена от вершины $v_i$ к вершине $v_j$, если $(v_i, v_j) \in R$. Интерпретацию знакового представления как графа $\Gamma(\Omega, R)$ удобно использовать для изучения свойств знакового представления, а также для его визуализации. На рис. 1 – 3 представлены изображения и соответствующие им знаковые представления.

Отметим, что при работе с изображениями мы будем иметь дело, как правило, с одним и тем же множеством $\Omega$, т.е. для простоты будем считать, что все изображения имеют фиксированный размер. При этом на знаковое представление конкретного изображения оказывают влияние как значения его яркости в точках $\Omega$, так и взаимное расположение точек с заданной яркостью.

### 3. Примеры знаковых представлений

В качестве примеров рассмотрим некоторые способы введения знакового представления на изображениях.

***3.1. Полное знаковое представление.*** Под полным знаковым представлением будем понимать такое представление, отношение которого содержит все пары точек области $\Omega$. Примером может служить знаковое представление $S_{R_{\dots}}$ с отношением вида:

$$R_{\dots} = \left\{ (v_i, v_j) \middle| f(v_i) \dots f(v_j), v_i, v_j \in \Omega \right\}. \tag{1}$$

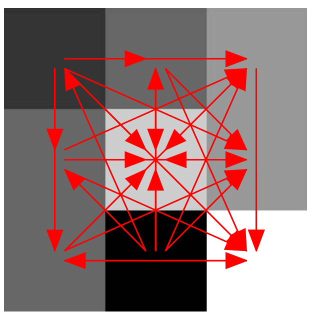

*Рис. 1. Граф полного знакового представления (1)*

Рассмотрим некоторые свойства отношения $R_{\dots}$, представленного на рис. 1.

- *Рефлексивность*. Для любой точки $v_i$ изображения $f$ справедливо $(v_i, v_i) \in R_{\ldots}$.
- *Антисимметричность*. Из того что произвольная пара точек принадлежит заданному отношению $(v_i, v_j) \in R_{\ldots}$ и симметричная пара $(v_j, v_i)$ также принадлежит заданному отношению, следует, что $f(v_i) = f(v_j)$.
- *Транзитивность*. Из того что $(v_i, v_j) \in R_{\ldots}$ и $(v_i, v_k) \in R_{\ldots}$, следует, что и $(v_i, v_k) \in R_{\ldots}$. Действительно, если $f(v_i) \ldots f(v_j)$ и $f(v_j) \ldots f(v_k)$, то и $f(v_i) \ldots f(v_k)$.
- *Связность*. По определению веденного отношения для любой пары точек $v_i, v_j$ изображения $f$ либо $(v_i, v_j) \in R_{\ldots}$, либо $(v_j, v_i) \in R_{\ldots}$, либо одновременно $(v_i, v_j) \in R_{\ldots}$ и $(v_j, v_i) \in R_{\ldots}$.

Напомним, что рефлексивное, антисимметричное, транзитивное и связное отношение называется отношением *линейного* порядка или *ранжированием*.

***3.2. Градиентное знаковое представление.*** В предыдущем примере знаковое представление определялось «естественным» отношением, которое строилось по значениям яркости изображения. Однако существуют и другие возможности введения отношения на пикселях изображения. В качестве примера рассмотрим отношение $R_\nabla$ :

$$R_\nabla = \left\{ (v_i, v_j) \,\middle|\, f(v_i) \ldots f(v_j), \left|\nabla f(v_i)\right| \ldots \left|\nabla f(v_j)\right|, v_i, v_j \in \Omega \right\}, \qquad (2)$$

где под градиентом изображения $\nabla f$ понимается разностный аналог градиента, причем на границе области $\Omega$ частные производные аппроксимируются левыми или правыми разностными аналогами первого порядка, а внутри $\Omega$ – симметричными разностными аналогами второго порядка. Такой подход к аппроксимации градиента применяется для того, чтобы исходное изображение и его градиент имели одинаковые размеры.

Таким образом, пара пикселей $(v_i, v_j)$ принадлежит введенному отношению порядка, если одновременно выполняются два условия: во-первых, $f(v_i) \ldots f(v_j)$, т.е. значение яркости в точке $v_i$ не меньше значения в $v_j$, и во-вторых, $\left|\nabla f(v_i)\right| \ldots \left|\nabla f(v_j)\right|$, т.е. модуль градиента в точке $v_i$ не меньше модуля градиента в $v_j$. На рис. 2 представлен пример градиентного знакового представления.

Градиентное знаковое представление (2) является рефлексивным, антисимметричным, транзитивным, но не является связным. Первые два свойства очевидны, покажем что транзитивность также выполняется. Действительно, если

$f(v_i)\ldots f(v_j)$ и $\left|\nabla f(v_i)\right|\ldots\left|\nabla f(v_j)\right|$, и $f(v_j)\ldots f(v_k)$ и $\left|\nabla f(v_j)\right|\ldots\left|\nabla f(v_k)\right|$, то и $f(v_i)\ldots f(v_k)$ и $\left|\nabla f(v_i)\right|\ldots\left|\nabla f(v_k)\right|$, следовательно, введенное отношение транзитивно. Поскольку на изображении могут существовать такие пары точек $(v_i,v_j)$, в которых $f(v_i)\ldots f(v_j)$, а $\left|\nabla f(v_i)\right| < \left|\nabla f(v_j)\right|$, то отношение для этих пар не определено, и следовательно $R_\nabla$ не является связным.

*Рис. 2. Пример градиентного знакового представления (2). Слева представлено исходное изображение, по центру – модуль градиента изображения, справа – исходное изображение с графом градиентного знакового представления*

Напомним, что рефлексивное, антисимметричное и транзитивное отношение называется *отношением частичного порядка.*

Отметим также, что отношение $R_\nabla \subseteq R_{\ldots}$, поскольку в $R_{\ldots}$ содержатся все пары пикселей, которые есть в $R_\nabla$, и вместе с тем $R_\nabla$ не содержит таких пар, которых нет в $R_{\ldots}$. Поскольку множества, на которых определены отношения $R_{\ldots}$ и $R_\nabla$ совпадают, и $R_\nabla \subseteq R_{\ldots}$, отношение $R_{\ldots}$ является *измельчением* отношения $R_\nabla$.

***3.3. Оконное знаковое представление.*** В предыдущих примерах знаковое представление определялось отношениями (1) и (2), заданными на всех возможных парах пикселей. При анализе изображений большого размера такой подход может оказаться не оправданным, поскольку геометрически удаленные пиксели, как правило, слабо взаимосвязаны, и рассматривать отношение между ними не имеет смысла. Исходя из этих соображений, рассмотрим такие отношения, которые определены только на близких, в некотором смысле пикселях, например, на пискелях, расстояние между которыми не превышает заданного порога.

$$R_O = \left\{(v_i,v_j)\middle| f(v_i)\ldots f(v_j), v_i\in\Omega, v_j\in O(v_i)\right\}, \tag{3}$$

где $O(v_i)$ – окрестность точки $v_i$, например

$$O_\varepsilon(v_i) = \left\{v_j \middle| \|v_i - v_j\| < \varepsilon, v_j\in\Omega\right\}.$$

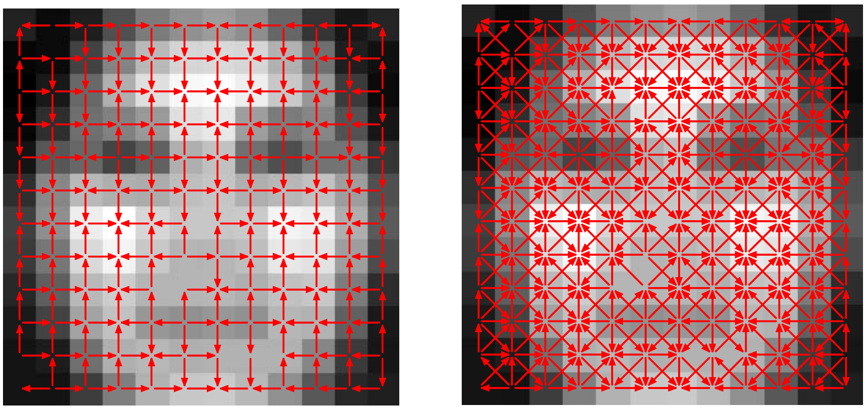

*Рис. 3. Примеры оконного знакового представления (3) для различных вариантов задания окрестности пикселя. Слева – окрестность включает пиксели, примыкающие к рассматриваемому пикселю по вертикали или горизонтали, справа – окрестность пикселя состоит из непосредственно примыкающих пикселей, в том числе и диагональных*

На рис. 3 представлены примеры оконных знаковых представлений для различных вариантов окрестности пикселя. Отметим, что отношение $R_O$ является рефлексивным и антисимметричным, но не является транзитивным и связным, поскольку в отношении рассматриваются лишь пиксели в пределах некоторой окрестности. Действительно, из того, что $(v_i,v_j)\in R_O$ и $(v_j,v_k)\in R_O$ вообще говоря не следует, что $(v_i,v_k)\in R_O$, так как $v_k$ может не попасть в $O(v_i)$.

Транзитивность отношения является существенным свойством для анализа знакового представления, поэтому вместе с отношением $R_O$ будем также рассматривать его транзитивное замыкание $R_O^{Tr}$. Простейшим алгоритмом транзитивного замыкания является алгоритм Флойда (Robert W. Floyd) [6], более современные и быстрые алгоритмы можно найти в работе Toroslu и Qadah [7], а также в монографии В. Липского [8].

Отметим, что $R_O \subseteq R_O^{Tr} \subseteq R_{\dots}$, т.е. отношение $R_{\dots}$ является измельчением $R_O^{Tr}$, которое, в свою очередь, является измельчением $R_O$.

Оконному знаковому представлению с отношением (3) и окрестностью $O(v_i)=\{v_j \,|\, |v_i(x_1)-v_j(x_1)|+|v_i(x_2)-v_j(x_2)|,\ 1, v_j\in\Omega\}$ можно придать дифференциальную интерпретацию, которая является более распространенной в методах обработки и анализа изображений. Отношения, определяемые заданной окрестностью на пикселях изображения можно записать в виде $f(x_1+\Delta x_1,x_2)\dots f(x_1,x_2)$, $f(x_1,x_2+\Delta x_2)\dots f(x_1,x_2)$, что при $\Delta x_1>0$ и $\Delta x_2>0$ можно записать как $\frac{f(x_1+\Delta x_1,x_2)-f(x_1,x_2)}{\Delta x_1}\dots 0$ и

$$\frac{f\left(x_1,x_2+\Delta x_2\right)-f\left(x_1,x_2\right)}{\Delta x_2}\ldots 0,\quad \text{или}\quad \frac{\Delta_{x_1} f\left(x_1,x_2\right)}{\Delta x_1}\ldots 0\quad \text{и}\quad \frac{\Delta_{x_2} f\left(x_1,x_2\right)}{\Delta x_2}\ldots 0.$$

Полученные нами неравенства есть ни что иное, как знаки разностных аналогов частных производных по направлениям $x_1$ и $x_2$.

Аналогичным образом можно обобщить дифференциальную интерпретацию знакового представления и на частные производные второго порядка (в том числе и на смешанные), а также на частные производные более высоких порядков.

Отметим, что информацию о рассмотренном знаковом представлении можно достаточно компактно хранить в виде матрицы, размеры которой на единицу меньше размеров исходного изображения, а элементы представлены двумерным бинарным вектором, первая компонента которого соответствует знаку частной производной по направлению $x_1$, а вторая – по направлению $x_2$. Именно в такой постановке знаковое представление изображений использовалось в работах [10, 11, 12, 13, 14].

### 4. Свойства знакового представления

Рассмотрим основные свойства, которыми обладает оконное знаковое представление изображений с отношением $R_>$.

**Свойство 1.** *Знаковому представлению изображения, заданному отношением* $R_>$*, соответствует ациклический граф.*

**Доказательство**. Предположим, что на графе знакового представления $R_>$ существует цикл из вершин $v_{i_1},\cdots,v_{i_k}$. Но тогда выполнялась бы цепочка неравенств $f\left(v_{i_1}\right)>\ldots>f\left(v_{i_k}\right)>f\left(v_{i_1}\right)$, чего, очевидно, быть не может. ■

С помощью данного свойства можно определить, существует ли такое изображение, которому соответствует данное знаковое представление. Кроме того, данное свойство используется при рассмотрении вопросов, связанных с восстановлением изображения по его знаковому представлению.

В теории отношений на элементах частично упорядоченного множества $(A,R)$ вводится понятие максимальных и минимальных элементов. Элемент $a'\in A$ называется максимальным, если не существует такого $a''\in A$, что $\left(a'',a'\right)\in R$, иными словами, элемент называется максимальным, если на заданном множестве нет элементов, превосходящих данный элемент в смысле введенного отношения частичного порядка. Аналогично, элемент $a'\in A$ называется минимальным, если не существует такого $a''\in A$, что $\left(a',a''\right)\in R$, иными словами, элемент называется минимальным, если на заданном множестве нет элементов, которые бы превосходил данный элемент в смысле введенного отношения частичного порядка.

**Свойство 2.** *Максимальные и минимальные элементы оконного знакового представления с оконным отношением порядка* $R_>$ *соответствуют локальным максимумам и минимумам исходного изображения.*

Доказательство очевидно.

Важнейшим свойством любого представления изображений является инвариантность данного представления относительно некоторого класса преобразований над исходными изображениями. Рассмотрим далее класс преобразований, не влияющих на знаковое представление.

Отображение $\sigma$ будем называть инвариантным относительно преобразования $\varphi : \mathrm{F} \to \mathrm{F}$, если для любого $f \in \mathrm{F}$ выполняется равенство $\sigma(\varphi(f)) = \sigma(f)$.

**Свойство 3.** *Знаковое представление с отношением* $R_{>}$ *(а также и с отношением* $R_{\dots}$*) является инвариантным относительно строго монотонно возрастающей функции* $\varphi\colon {}_{+} \to {}_{+}$*, действующей на значениях яркости изображения, т.е. если* $g(v) = \varphi\big(f(v)\big)$*, то* $\sigma(f) = \sigma(g)$.

**Доказательство**. Действительно, из строгого монотонного возрастания $\varphi$ следует, что для любых $a, b \in {}_{+}$, из неравенства $a < b$ вытекает неравенство $\varphi(a) < \varphi(b)$, т.е. функция $\varphi$ сохраняет введенное отношение порядка, и, следовательно, действие такой функции на изображение не оказывает влияние на результирующее знаковое представление. ■

Отметим, что класс монотонно возрастающих функций включает в себя достаточно большое количество преобразований, встречающихся при обработке и анализе изображений. Например, такие преобразования, как

- $\varphi(t) = t + t_0$ (изменение яркости),
- $\varphi(t) = kt$, $k > 0$ (изменение контрастности),
- $\varphi(t) = t^{\gamma}$, $\gamma > 0$ (гамма-коррекция) не влияют на знаковое представление с отношением $R_{\dots}$. Примеры эквивалентных изображений представлены на рис. 4.

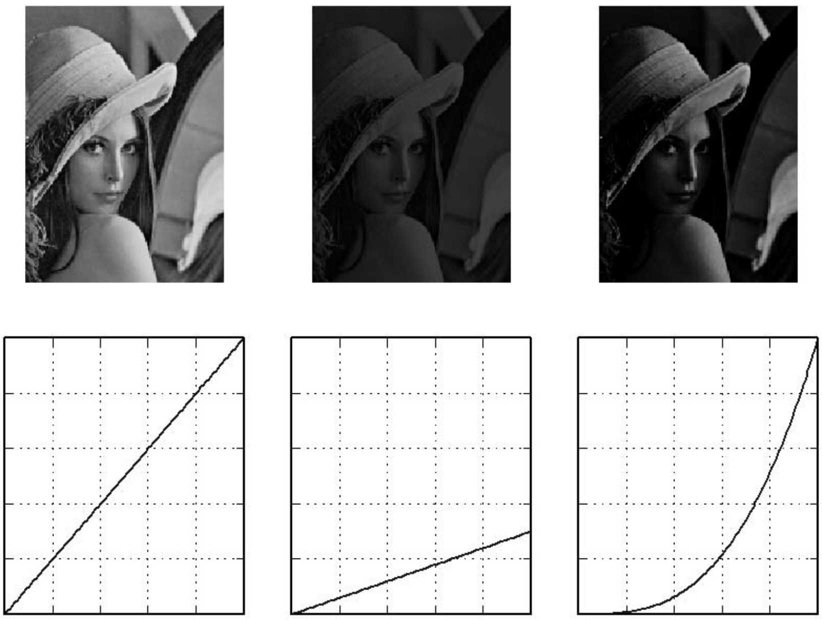

*Рис. 4. Пример эквивалентных изображений и соответствующие им функции преобразования яркости*

Кроме того, рассмотренный класс преобразований изображения соответствует особенностям формирования изображений цифровыми фотосенсорами [9] и, более того, отражает особенности восприятия зрительной системы человека [15], которая по логарифмическому закону адаптируется к уровню яркости.

Инвариантность знакового представления относительно широкого класса преобразований изображений является основополагающим свойством при решении задач распознавания образов, поскольку позволяет естественным образом учитывать вариации изображения одного и того же образа, возникающие как на этапе формирования изображения, так и на этапах его обработки.

Обозначим через $\Phi$ множество инвариантных преобразований, таких, что обратные к ним также являются инвариантными преобразованиями, т.е. являются строго монотонно возрастающими функциями:

$$\Phi = \left\{ \varphi \middle| \sigma(\varphi(f)) = \sigma(f), \sigma\left(\varphi^{-1}(f)\right) = \sigma(f) \forall f \in \mathrm{F} \right\}.$$

Рассмотрим операцию суперпозиции двух инвариантных преобразований, а именно, $(\varphi_1 \circ \varphi_2)(f) = \varphi_1(\varphi_2(f))$. Легко показать, что введенная операция является замкнутой на множестве инвариантных преобразований. Пусть $\varphi_1, \varphi_2 \in \Phi$, а $\varphi = \varphi_1 \circ \varphi_2$, тогда $\sigma(\varphi(f)) = \sigma((\varphi_1 \circ \varphi_2)(f)) = \sigma(\varphi_1(\varphi_2(f))) = \sigma(\varphi_2(f)) = \sigma(f)$. Следовательно, $\varphi \in \Phi$, т.е. введенная операция замкнута. Введенная операция является также ассоциативной в силу ассоциативности суперпозиции отображений. Тождественное преобразование $e(f) = f$, очевидно, является строго монотонно возрастающей функцией, причем обратная функция $e^{-1}$ существует и совпадает с $e$, следовательно $e \in \Phi$ и является единичным элементом. Таким образом, множество $\Phi$ с введенной операцией суперпозиции образует группу $(\Phi, \circ)$ инвариантных преобразований.

Знаковое представление с отношением $R_>$ порождает отношение эквивалентности на множестве изображений, а именно изображения $f$ и $g$ будем считать эквивалентными, если $\sigma(f) = \sigma(g)$.

**Свойство 4.** *(Следствие из свойства 3) Если* $\varphi$ *— инвариантное преобразование для отношения* $R_>$, *и* $f = \varphi(g)$, *то* $\sigma(f) = \sigma(g)$, *т.е. изображения* $f$ *и* $g$ *эквивалентны.*

Доказательство очевидно.

Таким образом, введенное знаковое представление порождает разбиение по отношению эквивалентности множества всех изображений на непересекающиеся классы. Покажем, что классы эквивалентности на множестве изображений являются выпуклыми.

Введем на множестве $\mathrm{F}$ (на множестве изображений фиксированного размера) операции суммирования и умножения на число естественным образом, а именно, под суммой $f = f_1 + f_2$ будем понимать поточечную сумму $f(v) = f_1(v) + f_2(v) \quad \forall v \in \Omega$, а под умножением на число $f = \alpha f_1$ –

поточечное умножение $f(\nu) = \alpha f_1(\nu) \ \forall \nu \in \Omega$. Легко показать, что введенные операции удовлетворяют всем аксиомам линейного пространства.

Рассмотрим $\Psi_f = \{g \mid \sigma(g) = \sigma(f), g \in \mathrm{F}\}$ – класс эквивалентности изображения $f$. Покажем, что $\Psi_f$ является выпуклым, т.е. если $f_1, f_2 \in \Psi_f$, то $f_3 = \alpha f_1 + (1-\alpha) f_2$, $\alpha \in [0,1]$, то $f_3 \in \Psi_f$.

**Свойство 5.** Пусть $f \in \mathrm{F}$, а $\Psi_f = \{g \mid \sigma(g) = \sigma(f), g \in \mathrm{F}\}$ – класс эквивалентности изображения $f$, тогда $\Psi_f$ является выпуклым многогранным конусом.

**Доказательство**. На самом деле, знаковое представление изображений с введенным отношением частичного порядка $R_>$, по сути, задает систему линейных неравенств. Действительно, поскольку каждое отношение из $R_>(f)$ есть линейное неравенство для пары пикселей изображения $f$, то совокупность всех таких отношений формирует систему линейных неравенств, которая описывает множество всех изображений, удовлетворяющих конкретному знаковому представлению. Ввиду того, что решением системы линейных неравенств, если она совместная, (а она совместная в силу свойства 1, так как построена по некоторому изображению) является выпуклый многогранник [16], то и классы эквивалентных изображений являются *выпуклыми многогранниками*. Поскольку мы определили изображение как функцию $f : \Omega \to \mathbf{R}_+$, т.е. значения $f$ не ограничены сверху, то решение системы линейных неравенств представляет собой *многогранный конус* в пространстве изображений. ■

## Заключение и выводы

Введено более общее понятие знакового представления в терминах теории отношений и частично упорядоченных множеств, что позволило исследовать основные свойства знакового представления. Наиболее важными свойстваи является инвариантность знакового представления изображений относительно широкого класса преобразований, образующих группу над исходным представлением, что порождает классы эквивалентности, которые являются выпуклыми многогранниками в пространстве изображений.

Целью дальнейших исследований является введение меры информативности на изображениях и знаковых представлениях для оценки потерь информации, связанных с переходом от исходного изображения к его знаковому представлению.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК


1. *Болдин М.В. Знаковый* статистический анализ линейных моделей / *Болдин М.В., Симонова Г.И., Тюрин Ю.Н.* – М.: Наука. Физматлит, 1997. – 288 с.
2. *Goncharov A.* Pseudometric Approach to Content Based Image Retrieval and Near Duplicates Detection. / *Goncharov A. Melnichenko, A.* // Российский семинар по оценке методов Информационного Поиска. Труды РОМИП 2007-2008. 2008. – С. 120-134.
3. *Я. Кисель.* Mail.Ru на РОМИП 2008.Алгоритм поиска нечетких дубликатов в коллекции изображений. // Российский семинар по оценке методов информационного поиска. Труды РОМИП 2007-2008, 2008. – С. 170-173.

4. *Foo J.* Detection of near-duplicate images for web search. / *Foo, J., Zobel, J., Sinha, R.,* Tahaghoghi, S. // CIVR '07: Proceedings of the 6th ACM international conference on Image and video retrieval, New York, NY, USA, 2007. – P. 557 – 564.
5. *Wang Z.* Filtering image spam with near-duplicate detection / *Wang Z., Josephson W. Lv Q., Charikar M., Li K.* // In Proceedings of the Fourth Conference on Email and AntiSpam, CEAS'2007, 2007.
6. *Floyd R.* Algorithm 97: Shortest path. 1962.
7. *Toroslu, I.* The Strong Partial Transitive-Closure Problem: Algorithms and Performance Evaluation. / Toroslu, I., Qadah, G. // IEEE Trans. on Knowl. and Data Eng., 8(4), 1996. – P. 617 - 629.
8. *Липскии В.* Комбинаторика для программистов. – М.: Мир, Пер. с полького, 1988.
9. *Гоголь А.* Телевидение / *Гоголь А. Джакония В.* Учебник для dеров. – М.: Радио и связь, 2004.
10. *Гончаров А.* Детекция лиц на основе каскадной классификации // «Системный анализ и информационные технологии» САИТ-2007, ЛКИ, 2007. – С. 204 - 206.
11. *Гончаров А.* Применение матрицы изменения яркости в задаче распознавания образов. Материалы Второй Всероссийской научно-практической конференции «Перспективные системы и задачи управления», ТТИ ЮФУ, 2007. – С. 100 – 102.
12. *Гончаров А.*, Влияние освещенности на качество распознавания фронтальных лиц. / Гончаров, А., Каркищенко, А. // Известия ЮФУ. Технические науки. Тематический выпуск «Интеллектуальные САПР», 4(81). 2008. – С. 82 – 92.
13. *Goncharov A.* Comparison of high-level and low-level face recognition methods. / *Goncharov A., Gubarev V* // Pattern recognition and image analysis: new information technologies (PRIA-9-2008), 2008. – С. 178–181.
14. *Гончаров А.* Поиск портретных изображений по содержанию. / *Гончаров А., Горбань А., Каркищенко А., Лепский А.* // Интернет-математика 2007: Сборник работ участников конкурса, 2007. – С. 56–64.
15. *Gonzalez R.* Digital Image Processing. / Gonzalez, R. Woods, R. Prentice Hall, 2002.
16. *Черников С.* Линейные неравенства. – М.: Наука, 1968.

**Гончаров Александр Владимирович**
Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.
E-mail: ag.tsure@gmail.com.
347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.
Тел.: 8(8634)328-732, 8(951)519-951-1107.
Кафедра высшей математики; аспирант.

**Goncharov Alexander Vladimirovich**
Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University".
E-mail: ag.tsure@gmail.com.
44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.
Phone: 8(8634)328-732, 8(951)519-951-1107.
The Department of Higher Mathematics; post-graduate student.