Раздел I. Математические методы синтеза систем

УДК 62.50

С.В. Василенко

СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ

В статье показан пример синтеза нелинейных дискретных регуляторов на основе метода подынтервалов и квазимодального управления.

Нелинейный; система; управление.

S.V. Vasilenko

SYNTHESIS OF NONLINEAR DISCRETE CONTROLERS

In this article an example of synthesis of nonlinear discrete controllers is given. This example is based on method of subintervals and quasimodal control.

Nonlinear; system; control.

Введение. Энергетика обладает рядом специфических особенностей, которые отличают ее от других отраслей производства. Процессы производства, передачи, распределения и потребления электрической и тепловой энергии протекают одновременно и являются непрерывными. Практическое совпадение времени производства и потребления энергии обуславливает органическую зависимость между режимами работы энергетических предприятий и потреблением энергии на промышленных предприятиях, транспорте, в сельском хозяйстве и в бытовых целях.

Большая часть электрической и значительная часть тепловой энергии вырабатывается на электростанциях, объединенных в энергетические системы, в которые помимо электростанций входят линии электропередачи, подстанции и тепловые сети, связанные между собой общностью режима и непрерывностью процесса производства и распределения энергии.

Качество системы управления напрямую зависит от точности модели управляемого объекта или процесса, однако, большинство моделей используемых в настоящее время для синтеза законов управления энергоблоками являются линейными и поэтому содержат ряд качественных недостатков. Большинство регуляторов сейчас реализуется на основе цифровой электроники, поэтому полученные модели должны быть дискретными. Данная статья посвящена процедуре построения дискретной модели нелинейного объекта и последующему синтезу нелинейного дискретного регулятора.

Дискретизация модели. Одним из основных требований к дискретным моделям является максимальная точность при как можно большем шаге дискретизации, другим важным моментом является простота расчетов. Данным требованиям удовлетворяет, например, метод подынтервалов [1], который заключается в разбиении большого шага дискретизации на некоторое число малых интервалов (рис.1).

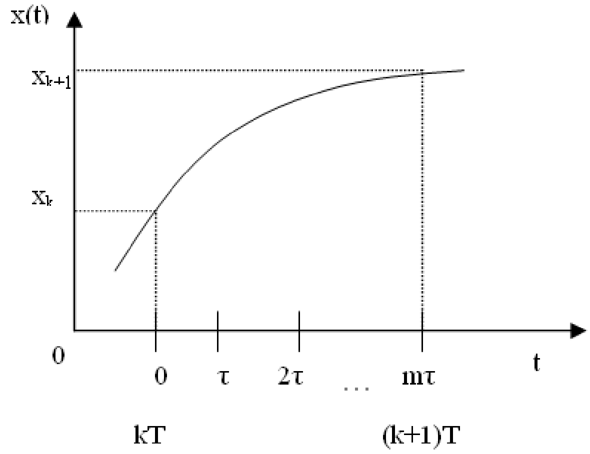

Рис. 1. Разбиение шага дискретизации на подынтервалы

Для построения дискретной модели данным методом исходные непрерывные уравнения объекта представляются в виде

$$\dot{x} = Ax + F(x)x + b(x)u\,, \tag{1}$$

где матрица A обязательно должна иметь обратную A^{-1}.

Идея метода подынтервалов состоит в следующем:

- каждый шаг дискретизации разбивается на *m* равных подынтервалов длительностью τ (рис.1);
- на протяжении подынтервала τ уравнение объекта интегрируется по формуле Коши, причем матрицы *F(x)* и *b(x)* считаются постоянными;
- управление постоянно на всем шаге дискретизации T;
- дискретная модель ищется в виде $x_{k+1} = A(x_k)x_k + b(x_k)u_k$.

Как показано в [1], на основании непрерывной модели (1) можно получить дискретную модель вида:

$$x_{kT+\mu\tau} = A_{k,\mu}x_{kT} + b_{k,\mu}u_{kT} \quad \mu = \overline{1,m} \quad T = m\tau \tag{2}$$

где

$$A_{k,\mu} = \Lambda(E + \Theta F(x_{kT+(\mu-1)\tau}))A_{k,(\mu-1)}\,; \tag{3}$$

$$b_{k,\mu} = \Lambda((E + \Theta F(x_{kT+(\mu-1)\tau}))b_{k,(\mu-1)} + \Theta b(x_{kT+(\mu-1)\tau}))\,, \tag{4}$$

$$A_{k,0} = E\,;\ b_{k,0} = 0\,, \tag{5}$$

$$\Lambda = e^{A\tau},\ \Theta = (E - \Lambda^{-1})A^{-1}. \tag{6}$$

Полагая в выражениях (2) (4) $\mu = m$, получим, с учетом того, что $T = m\tau$, искомую дискретную модель вида

$$x_{k+1} = A_k x_k + b_k u_k\,, \tag{7}$$

$$y_k = c_k^T x_k,\ k = 0,1,2,\ldots, \tag{8}$$

где матрица $A_k = A_{k,m}(x_k)$ и вектор $b_k = b_{k,m}(x_k)$ вычисляются рекуррентно с помощью выражений (3) - (5) при $\mu = \overline{1,m}$ и определяются значением $x_k = x_{kT}$.

Как было сказано выше, в случае применения метода подынтервалов управление постоянно на всем шаге дискретизации T. Поэтому закон управления будем искать на основании модели (7), (8).

Преобразование к каноническим формам. При определенных условиях, уравнения (1) можно привести к такому виду, когда матрица A и вектор b совпадают по форме с матрицей и вектором канонической управляемой формы системы с постоянными параметрами. Однако имеются и существенные отличия. Во-первых, в процессе приведения необходимо двукратное последовательное преобразование переменных состояния, так как элементы матрицы второго преобразования определяются по результатам первого преобразования. Причем преобразование к той или иной форме осуществляется по сути одними и теми же матрицами, только в различной последовательности. Во-вторых, что наиболее существенно, в общем случае коэффициенты канонических форм оказываются функциями переменных состояния и часто зависят от производных по времени переменных состояния системы. Это приводит к зависимости от производных найденного таким путем управления, и, следовательно, правых частей уравнений синтезируемой системы. Однако, условия существования и устойчивости решений таких дифференциальных систем до сих пор неизвестны, что сужает область применения подобного подхода. В [2] было показано, что аналогичные преобразования можно провести и в случае нелинейных дискретных систем.

Приведение системы уравнений (7), (8) к каноническим формам можно осуществить с помощью преобразования Крылова –Луенбергера по входу или по выходу. Предположим, существуют матрицы $S_k = S(x_k)$ ограниченные и неособенные при всех $k = 0,1,2,\ldots$. Положим

$$x_k = S_{k-1}\tilde{x}_k,\quad x_{k+1} = S_k \tilde{x}_{k+1}, \tag{9}$$

где $\tilde{x}_k$ – новый вектор переменных состояния.

В новых переменных состояния система (7), (8) описывается уравнениями вида:

$$\tilde{x}_{k+1} = \tilde{A}_k \tilde{x}_k + \tilde{b}_k u_k, \tag{10}$$

$$y_k = \tilde{c}_K^T \tilde{x}_k, \tag{11}$$

где

$$\tilde{A}_k = S_k^{-1} A_k S_{k-1},\quad \tilde{b}_k = S_k^{-1} b_k,\quad \tilde{c}_k^T = c_k^T S_{k-1}. \tag{12}$$

Здесь S_k^{-1} – матрица обратная к S_k, т.е. такая, что $S_k^{-1} S_k = E$.

Как показано в [2], система уравнений (10), (11) имеет каноническую форму Крылова по входу, если

$$\tilde{A}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -\chi_{0k} \\ 1 & 0 & \dots & 0 & -\chi_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -\chi_{(n-1)k} \end{bmatrix},\ \tilde{b}_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},\ \tilde{c}_k = \begin{bmatrix} \tilde{c}_{1k}^T \\ \tilde{c}_{2k}^T \\ \vdots \\ \tilde{c}_{(n-1)k}^T \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где $\chi_{ik} = \chi_i(x_k, x_{k-1}, x_{k-2}, x_{k-3})$, $\tilde{c}_{ik}^T$ – некоторые нелинейные функции.

Система уравнений (10), (11) имеет каноническую форму Крылова по выходу, если

$$\tilde{A}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\alpha_{0k} & -\alpha_{1k} & \dots & -\alpha_{(n-1)k} \end{bmatrix},\ \tilde{c}_k^T = [1 \ \ 0 \ \ \dots \ \ 0],\ \tilde{b}_k = \begin{bmatrix} \tilde{b}_{1k} \\ \tilde{b}_{2k} \\ \vdots \\ \tilde{b}_{(n-2)k} \\ \tilde{b}_{(n-1)k} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где $\alpha_{ik} = \alpha_i(x_{k+2}, x_{k+1}, x_k, x_{k-1})$, $\tilde{b}_{ik}$ – некоторые нелинейные функции.

В общем случае матрица перехода к канонической форме по входу и функции χ_{ik} определяются выражениями [5]:

$$P_k = \left[b_k \quad A_k b_{k-1} \quad A_k A_{k-1} b_{k-2} \quad \dots \quad (\prod_{j=0}^{n-2} A_{k-j}) b_{k-n+1} \right],$$

$$\chi_i = -P_{(i+1)k} (\prod_{j=0}^{n-1} A_{k-j}) b_{k-n\,1}, \quad (15)$$

матрица перехода к канонической форме по выходу и функции α_{ik} определяются выражениями:

$$T_k^{-1} = \left[(c_k^T)^T \quad (c_{k+1}^T A_{k+1})^T \quad (c_{k+2}^T A_{k+2} A_{k+1})^T \quad \dots \quad (c_{k+n-1}^T \prod_{j=1}^{n-1} A_{k+(n-j)})^T \right]^T$$

$$,\ \alpha_i = -c_{k+(n-1)}^T (\prod_{j=1}^{n} A_{k+(n-j)}) T_{k-1}^{i+1}. \quad (16)$$

Таким образом, чтобы привести модель нелинейной дискретной системы к КНФ или КУФ необходимо выполнить двукратное последовательное преобразование переменных состояния. Для перехода к КНФ сначала производится преобразование к канонической форме по выходу (14), (15), а затем – по входу (14), (16). Для перехода к КУФ эти преобразования нужно выполнить в обратном порядке. Найденные правила преобразования дают возможность привести модель нелинейной дискретной системы к КНФ или КУФ, что расширяет возможности анализа и синтеза подобных систем. Например, делает возможным синтез квазимодального управления [2].

Синтез квазимодального управления. Уравнения нелинейной дискретной системы приведенной к КУФ с помощью преобразований Крылова – Луенбергера имеют вид:

$$\bar{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_{0k} & -\alpha_{1k} & -\alpha_{2k} \end{bmatrix} \bar{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k . \tag{17}$$

Для полученной системы (17) синтезируем квазимодальное управление. Закон управления будет иметь вид:

$$u_k = -K_k x_k , \ \ K_k = K_{комп\ k} + K_{мод} , \tag{18}$$

где K_k – вектор коэффициентов управления, $K_{комп\ k}$ – вектор компенсирующий нелинейности системы, $K_{мод}$ – вектор коэффициентов модального управления.

С учетом (18) получим:

$$K_{комп\ k} = \begin{bmatrix} -\alpha_{0k} & -\alpha_{1k} & -\alpha_{2k} \end{bmatrix} . \tag{19}$$

Вектор модального управления имеет вид

$$K_{мод} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_2 \end{bmatrix} , \tag{20}$$

где λ_i – коэффициенты желаемого характеристического полинома системы. Тогда уравнения замкнутой системы будут иметь вид:

$$\bar{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & -\lambda_2 \end{bmatrix} \bar{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} g_k . \tag{21}$$

Подставив (19), (20) в (18) и совершив обратное преобразование переменных, получим закон для модального управления исходной нелинейной дискретной системой

$$u_k = -K_k P_{k-1}^{-1} T_{k-1}^{-1} x_k \tag{22}$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Гайдук А.Р., Василенко С.В.* Алгоритмическая нелинейная модель энергоблока// Известия ТРТУ. 2004. – №7.

2. *Василенко С.В.* Синтез дискретного квазимодального управления для нелинейных систем// Известия ТРТУ. 2008. – №7.

Василенко Сергей Валерьевич

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге

Email: Salouma1@mail.ru

347928, Таганрог, ГСП 17А, Некрасовский, 44. Тел: 88634-371-689

Vasilenko Sergey Valerevich
Taganrog Institute of Technology - Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”
Email: Salouma1@mail.ru
44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928. Phone: 88634-371-689

УДК 518.5.001.57

Т.В. Камышникова, А.А. Афонин, В.В. Дурягина

ВЫВОД ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ПРИМЕСЕЙ В ВОДОХРАНИЛИЩЕ

Изучение гидрохимических характеристик вод водохранилищ является весьма актуальным, так как их изменчивость, как правило, является отражением возможных отклонений в функционировании водоема. И здесь математическое моделирование может оказать неоценимую помощь.

Модель «мелкой воды»; адвективно-диффузионное уравнение.

T.V. Kamyshnikova, A.A. Afonin, V.V. Duryagina

DISTRIBUTION OF CONSUMERS BETWEEN SOURCES OF ELECTRIC ENERGY

Water basin hydro chemical characteristics’ studying is actual problem because of variability as possible deviations’ reflection in water basin functioning. The best method of this problem solving is mathematical modeling.

Shallow water model; the advection-diffusion equation.

В последние десятилетия научные организации все больше внимания стали уделять исследованиям современных и ожидаемых антропогенных изменений гидрологических и гидрохимических условий водоемов, включая химические загрязнения воды. Загрязнение нарушает гидрохимический режим водохранилищ, вызывает в частности снижение концентрации кислорода в воде. Основной источник загрязнения водных бассейнов – сброс недостаточно очищенных промышленных стоков, а также возвратных вод с полей орошения. К наиболее распространенным компонентам загрязнения относятся нефтепродукты, фенольные соединения, пестициды (хлор и фосфорорганические ядохимикаты), детергенты (или СПАВ–синтетические поверхностно-активные вещества).

Процессы самоочищения в водотоках бассейна идут с недостаточной интенсивностью, вследствие чего поступившие со сточными водами органические токсиканты не успевают минерализоваться в пределах водотока и около половины их объема поступает в водоем. Прибрежные воды водоема, в которые непосредственно поступают сточные и речные воды, содержащие вредные вещества, испытывают наиболее сильное влияние загрязнения и отличаются более высокими концентрациями загрязняющих веществ по сравнению с водами открытой части водохранилища. Эти концентрации меняются от года к году, как в зависимости от величин сбросов сточных вод, так и под влиянием течений, весьма изменчивых по времени [1].

Развитие методов расчета поля примесей, позволяющих выполнить анализ