

Раздел V. Моделирование сложных систем

УДК 519.687.1

Л.И. Замкова

БУЛЕВА ДВУХКРИТЕРИАЛЬНАЯ ЗАДАЧА О РЮКЗАКЕ

В статье рассматривается двухкритериальная задача о рюкзаке. Предлагается разработанный автором для её решения метод двойной оптимизации. Приведены результаты сравнения метода двойной оптимизации с методами соответствующего класса. Рассматривается применение этой задачи на практике. Проводится расчет сравнительной эффективности.

Лексикографическая задача; метод двойной оптимизации; булева двухкритериальная задача о рюкзаке.

L.I. Zamkova

BOOLEAN PROBLEM ABOUT RUCKSACK WITH TWO CRITERIA

Problem is considered in article about rucksack with two criteria. It is offered designed by author for her decisions method to double optimization. The broughted results of the comparison of the method to double optimization with methods corresponding to class. It is considered using of this problem in practice. It is conducted calculation to comparative efficiency.

Lexicographic problem; method to double optimization; boolean problem about rucksack with two criteria.

Рассмотрим булеву двухкритериальную задачу о рюкзаке [1]:

$$\begin{aligned}
 L &= \sum_{i=1}^z l_i \cdot y_i \rightarrow \max, \\
 R &= \sum_{i=1}^z r_i \cdot y_i \rightarrow \min(\max), \\
 \sum_{i=1}^z r_i \cdot y_i &\leq D, \\
 y_i &\in \{0,1\} \quad i = 1,2,\dots,z.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Задача (1) принадлежит классу лексикографических задач оптимизации.

В детерминированной лексикографической задаче каждое решение y характеризуется S числами-значениями частных критериев $K_1(y), K_2(y), \dots, K_S(y)$. Все частные критерии, образующие векторный критерий $K=(K_1, K_2, \dots, K_S)$, строго упорядочены по важности. При сравнении пары решений в первую очередь используется первый критерий K_1 и лучшим считается то решение, для которого значение этого критерия больше (при максимизации). Если значения первого критерия для обоих решений оказываются равными, то применяется второй критерий и предпочтительнее оказывается решение с большим значением второго критерия. При

равенстве для двух решений второго критерия сравнивается третий критерий и т.д. до K_S .

Указанное лексикографическое отношение предпочтения формально задается следующим образом. Решение u предпочтительнее решения v , если выполняется одно из S условий:

$$\begin{aligned}
 & 1) \quad K_1(u) > K_1(v); \\
 & 2) \quad K_1(u) = K_1(v), K_2(u) > K_2(v); \\
 & \dots\dots\dots \\
 & r) \quad K_t(u) = K_t(v), t = 1, 2, \dots, r-1, K_r(u) > K_r(v); \quad (2) \\
 & \dots\dots\dots \\
 & S) \quad K_t(u) = K_t(v), t = 1, 2, \dots, S-1, K_S(u) > K_S(v).
 \end{aligned}$$

Решения u и v эквивалентны, если выполняется

$$K(u) = K(v). \quad (3)$$

Решение u лексикографически не хуже, чем решение v $\left(\begin{matrix} lex \\ u > v \end{matrix} \right)$, если вы-

полнено одно из условий (2) или же (3).

Действительно, для двухкритериальной задачи о рюкзаке справедливо лексикографическое отношение предпочтения (2), что и определяет принадлежность указанному классу.

Для решения задачи (1) разработан метод двойной оптимизации [2]. Метод двойной оптимизации (МДО) предполагает разбиение однокритериальной задачи о рюкзаке с целевой функцией L и ограничением R на z подзадач размерности $i = 1, 2, \dots, z$. Метод осуществляет перебор решений. Для задачи о рюкзаке размерности $i=1$ рассматривается множество решений, включающее последовательно два вектора единичной размерности – (0) и (1). Множество допустимых решений задачи размерности $i = 2, 3, \dots, z$ образуют вектора, полученные расширением по размерности векторов множества решений задачи размерности $i-1$. Вектора размерности $i-1$ соответствующего множества просматриваются последовательно, и каждый расширяется нулевой и единичной координатой последовательно. Полученные вектора размерности i помещаются в соответствующее множество в указанной при построении последовательности. Вектора множества допустимых решений задачи размерности i упорядочиваются по возрастанию значений целевой функции L . Из этого множества отсекаются недопустимые решения и решения, для которых во множестве существуют вектора равные по значению критерия L и при этом имеющие меньшее либо равное значение R . В результате формируется множество допустимых решений задачи о рюкзаке размерности z . На выходе метода получаем вектор opt , который является элементом с последним номером из указанного множества.

Рассмотренный метод заложен в основу программы, разработанной в среде Builder 4. На основе анализа статистических данных, полученных в результате за-

пусков программы для решения произвольных задач вида (1), была выдвинута гипотеза.

Гипотеза. Предполагается, что значение критериев от вектора-решения задачи (1), определяемого методом МДО, не зависит от перестановки коэффициентов в критериях.

Рассматривалось 1000 запусков программы на различных перестановках коэффициентов задач вида (1). В результате не было выявлено опровержение гипотезы. Метод двойной оптимизации сравнивался по времени решения задач вида (1) с методами своего класса: методом последовательных уступок и методом свёртки. Было выявлено, что МДО быстрее метода последовательных уступок в 2 раза и быстрее метода свёртки в 5 раз. Таким образом, проведено ранжирование, методам присвоены ранги по времени решения задач (1): методу двойной оптимизации – 1, методу последовательных уступок – 2, методу свёртки – 3.

Особенность подхода в поиске решения методом последовательных уступок [3] заключается в том, что исходная двухкритериальная задача о рюкзаке разбивается на две последовательно решаемые однокритериальные задачи. В первой задаче в качестве целевой функции определяется критерий L задачи (1). Во второй задаче в качестве целевой функции определяется критерий R задачи (1) с учетом оптимального значения целевой функции, вычисленного при решении первой задачи (что математически формулируется в виде ограничения). Таким образом, разбиение на две задачи определяется критериями исходной двухкритериальной задачи (1). Метод свёртывания в агрегированный критерий [4] предполагает построение линейного функционала, в котором в качестве аргументов рассматриваются критерии-функции L и R исходной двухкритериальной задачи (1). Для каждого аргумента-функции в функционале по соответствующим формулам вычисляется вес (коэффициент). Функционал принимает оптимальное значение в том случае, когда значение L является максимальным и, при этом, значение R минимальное. Что выполняется за счет выбора коэффициентов функционала.

Для решения задачи (1) была необходима адаптация метода свёртывания в агрегированный критерий к этой задаче. Расчет коэффициентов агрегированного критерия в оригинальном методе должен производиться путем решения соответствующих оптимизационных задач. Но для этих задач не разработано методов решения. Поэтому данные задачи сведены, путем логических рассуждений, к задачам оптимизации, для которых существуют методы решения. В адаптированном методе свёртывания в агрегированный критерий расчеты производились согласно решению известных оптимизационных задач.

Далее рассмотрим применение двухкритериальной задачи о рюкзаке. Эта задача является моделью оптимальной загрузки контейнера. В этом случае в качестве главного критерия определяется стоимость загрузки контейнера, а вторым критерием является общий вес загруженных предметов. Для оптимальной загрузки контейнера в процессе работы рассчитана сравнительная экономическая эффективность согласно маркетинговому подходу. Оптимальная загрузка контейнера в 9 раз эффективнее традиционного порядка выбора предметов для загрузки в контейнер.

Далее рассмотрим применение двухкритериальной задачи о рюкзаке, в постановке, которой коэффициенты первого критерия полагаются равными соответствующим коэффициентам ограничения, а коэффициенты второго критерия равны единицам. Эта двухкритериальная задача о рюкзаке является моделью оптимального сохранения файлов на носитель информации и оптимального раскрытия материала. В первом случае, в качестве главного критерия используется общий объем сохраняемых файлов, а вторым критерием является их количество. Во втором слу-

чае, главным критерием является суммарная длина листов-заказов, которые получают в результате раскроя исходного листа, а второй критерий определяется количеством разрезов исходного листа. Для оптимального сохранения файлов и оптимального раскроя материала рассчитана сравнительная эффективность по маркетинговому подходу. Оптимальное сохранение файлов в 14 раз, а оптимальный раскрой материала в 10 раз эффективнее способа, используемого на практике.

В итоге расчетов по маркетинговому подходу [5] определяется сравнительная экономическая эффективность:

$$\mathcal{E}_{\text{ср}} = \frac{I_{\mathcal{O}}(\text{разработки})}{I_{\mathcal{O}}(\text{аналога})},$$

где $I_{\mathcal{O}}$ – интегральный экономический показатель, который определяется по формуле: $I_{\mathcal{O}} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$, где b_1, b_2 – значения первого и второго параметров соответственно; a_1, a_2 – весовые коэффициенты первого и второго параметров соответственно. Значения параметров аналога и разработки представляют в относительных единицах, то есть всем значениям параметров аналога присваивается значение равное единице, а значениям разработки – соответствующее численное улучшение (увеличение) параметра в размах (значение больше единицы) либо соответствующее численное ухудшение (уменьшение) параметра в размах (значение меньше единицы, но больше нуля). Численное значение весовых коэффициентов должно лежать в интервале от 0 до 1, а их сумма – равняться единице. Присвоение численного значения весовым коэффициентам осуществляется с позиции их значимости. Таким образом, рассчитана сравнительная экономическая эффективность $\mathcal{E}_{\text{ср}}$: для загрузки контейнера она равна 9, для сохранения файлов – 14, для раскроя материала – 10.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Замкова Л.И.* Программная система принятия решения об эффективной оплате счетов // Международная научно-техническая конференция “Математические методы в экономике”. – Пенза, 2002. – С. 135-137.
2. *Замкова Л.И.* Построение двухкритериальной задачи о рюкзаке, математической модели оплаты счетов, и метод её решения // Труды 53-й научно-технической конференции профессорско-преподавательского состава, аспирантов и сотрудников Технологического института Южного федерального университета в г. Таганроге. Известия ЮФУ. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2008, №1. – С. 142.
3. *Подиновский В.В., Констанденко О.С.* Исследование метода последовательных уступок // Методы анализа и реконструкции сложных систем. Тезисы доклада. – Рига: Зинатне, 1972. – С. 181.
4. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – С. 9-15.
5. *Брусницын Ю.В.* Методические указания. Экономическое обоснование инженерных разработок. – Таганрог, 1993. – 32 с.

Замкова Любовь Ивановна

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: pi@tsure.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 8(8634)371-743.

Кафедра прикладной информатики; ассистент.

Zamkova Lubov Ivanovna

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: pi@tsure.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 8(8634)371-743.

Department of Applied Information Science; assistant.

УДК. 539.4

В.А. Жорник, П.А. Савочка

ХРУПКОЕ РАЗРУШЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕПЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ*

В работе проводится исследование развития поверхностных кольцевых трещин в нагретом цилиндре из неорганического стекла при его охлаждении в воде. Показано, что трещина под действием нестационарных температурных напряжений растет сначала скачком, а далее относительно медленно с остановкой не доходя до оси (цилиндр лопается). Выяснено, что вода, помимо охлаждающего действия, выступает как поверхностно активная среда, уменьшая прочность стекла. Проведено сравнение расчетных значений термостойкости стеклянных цилиндров с экспериментальными данными, показавшее их хорошее совпадение.

Цилиндр; неорганическое стекло; кольцевая трещина; охлаждение; вода; температурные напряжения; экспериментальные данные.

V.A. Zhornik, P.A. Savochka

FRAGILE FRACTURE OF CYLINDRICAL SOLIDS UNDER NON-STATIONARY HEAT IMPACT

Surface cracks' propagation research in a heated cylinder made of inorganic glass under cooling in water is carried out. It is shown that under non-stationary temperature stresses a crack grows jump-like firstly and relatively slow after that not reaching the axis (the cylinder bursts). It was find out that the water besides cooling reveals itself as a surface active medium reducing glass strength. Comparison of glass heat resistance computational values with experimental data shown their good agreement was carried out.

Cylinder; inorganic glass; surface cracks; under cooling; water; temperature; experimental data.

Хрупкое разрушение характеризуется термостойкостью. Под термостойкостью хрупких материалов, в частности неорганических стекол, понимается способность этих материалов выдерживать температурные перепады [1]. Термостойкость зависит от интенсивности теплового воздействия, физико-механических постоянных, размеров и формы изделия и т.д. Теоретическим и экспериментальным исследованием термостойкости неорганических стекол посвящен ряд работ [1-3]. В ча-

* Работа выполнена в Научно-образовательном эколого-аналитическом Центре Юга России ЮФУ при финансовой поддержке Фонда CRDF и Министерства Образования РФ по Российско-американской программе «Фундаментальные исследования и высшее образование» (BRHE) и программы «Развитие научного потенциала высшей школы» Рособразования РФ (проекты Р.Н.П. 2.2.2.2.3915, ВР3С04, ВР4М04, Р.Н.П. 2.2.2.2.3.10012, У-4-М-04-08).