

УДК 681.3

Н.Н. Орлов**ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ СОЕДИНЕНИЙ***

В настоящей работе представлена методика вычисления координат дополнительных соединительных точек (далее точек Штейнера) при решении Евклидовой задачи Штейнера с неоднородными соединениями или потоковой задачи Штейнера. Евклидово дерево Штейнера; точка Штейнера.

N.N. Orlov**CONSTRUCTION OF OPTIMUM CONNECTIONS**

In the present work the technique of calculation of coordinates of additional connecting points (further points of the Steiner) is presented at the decision of an Euclidean problem the Steiner and with non-uniform connections or a stream problem of the Steiner. Euclidean Steiner tree; Steiner point.

Введение. Разработка различных сетей часто требует обеспечить необходимую и достаточную пропускную способность каждого фрагмента сети и минимизировать общие затраты на её создание. При строительстве сети автомобильных дорог под затратами могут подразумеваться финансовые затраты на проектирование и строительство, а количество полос каждого участка пути определяет их пропускную способность. При трассировке (создании сетей соединений) печатных плат, микросборок и интегральных схем к общим затратам относится занимаемое соединениями коммутационное пространство, а ширина каждого проводника определяет его пропускную способность.

Введение дополнительных соединительных точек позволяет уменьшать затраты при прокладке сети. Задача построения кратчайшей сети с использованием дополнительных соединительных точек может быть сведена к Евклидовой задаче Штейнера [1,2]. Если вес или стоимость соединений определяется не только их длиной, но и зависит от проходящего через них потока, то такие задачи иногда называют транспортными или потоковыми задачами Штейнера [3].

В настоящей работе представлена методика вычисления координат дополнительных соединительных точек (далее точек Штейнера) при решении Евклидовой задачи Штейнера с неоднородными соединениями.

Расчёт необходимой пропускной способности соединений и определение связанных с этим качественных характеристик [4] не являются предметом рассмотрения настоящей статьи.

Соединение трёх точек. В случае, если соединений осуществляется однородными по своим свойствам и/или стоимости фрагментами, то кратчайшее соединение будет являться оптимальным. Так, если в треугольнике, вершинами которого являются соединяемые точки, существует угол больше или равный 120° , то кратчайшее соединение этих точек осуществляется через короткие стороны треугольника (рис. 1). В случае, если в треугольнике все углы меньше 120° , кратчайшее соединение осуществляется через точку Штейнера (далее ТШ), из которой все сто-

* Работа выполнена при поддержке: РФФИ (грант № 09-01-00492), г/б № 2.1.2.1652.

роны треугольника видны под одним и тем же углом 120° (далее угловое условие или УУ), (рис. 2).

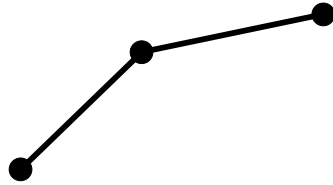


Рис. 1. Соединение без ТШ

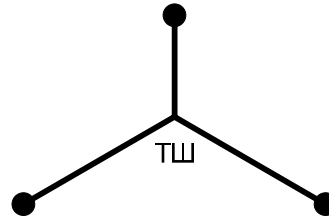


Рис. 2. Соединение через ТШ

Для любой пары точек все ТШ располагаются на коротких дугах описывающих окружностей (окружность ТШ – далее ОТШ, дуга ТШ – далее ДТШ) радиуса: $R = Dist/\sqrt{3}$, где $Dist$ – расстояние между этими точками (рис. 3).

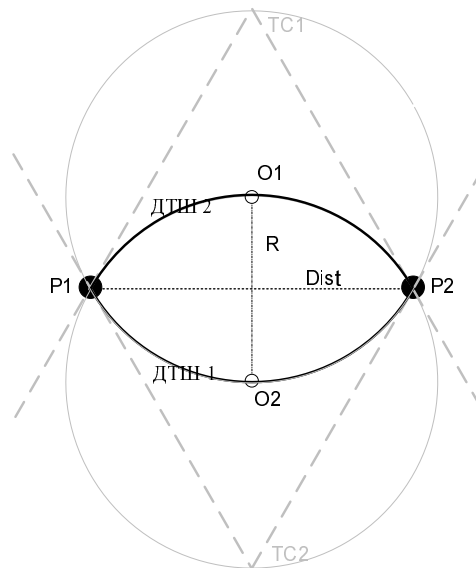


Рис. 3. Дуги точек Штейнера

Искомая ТШ для трёх связываемых точек может быть найдена пересечением соответствующих ДТШ. Однако построение дерева Штейнера с неограниченным количеством вершин и смежными точками Штейнера, расположение которых зависит от положения друг друга, требует другого подхода. В настоящей работе предлагается метод построения точек Штейнера, условно названный «**методом стремления**». Искомая ТШ находится как пересечение соответствующей ДТШ (рис. 4.) с прямой, проходящей через присоединяемую точку (P_i) и **точку стремления** (далее ТС). Уникальным свойством ТС является то, что в ней пересекаются все прямые линии, на которых располагаются фрагменты соединений $|P_i \leftrightarrow ТШ|$ и выполняются **угловые условия**.

Для определения местоположения ТШ достаточно вычислить координаты соответствующей ТС (рис. 4.) и точки Co , являющейся пересечением отрезка $|ТС \leftrightarrow P_i|$ с перпендикуляром, проходящим через центр соответствующей ОТШ. Так как длины отрезков $|ТС \leftrightarrow Co|$ и $|Co \leftrightarrow ТШ|$ одинаковы, то для определения ме-

сторасположения ТШ достаточно отложить от точки Co в направлении Pi длину отрезка |TC↔Co|. Полученная точка и будет являться соответствующей точкой Штейнера для точек P1, P2 и Pi.

При неоднородных фрагментах соединений наикротчайшее соединение не является оптимальным. Неоднородность может быть вызвана возможностью и (или) необходимостью осуществления соединений различных по ширине (толщине, весу, стоимости и т.д.) фрагментами соединений. При этом критерием оценки полученного результата будет являться общая площадь (объём, вес, стоимость и т.д.) всех фрагментов соединения.

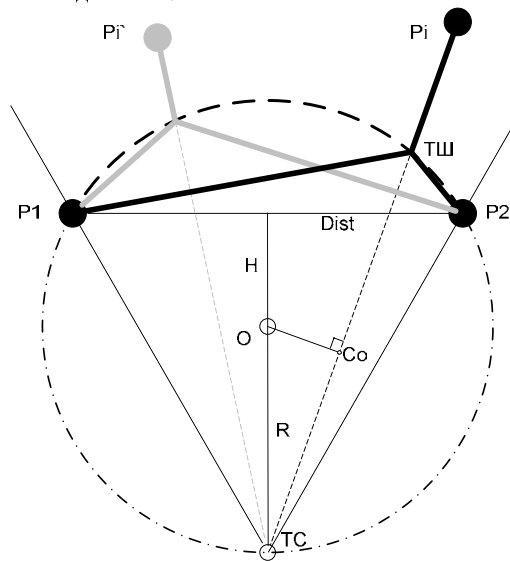


Рис. 4. Построение ТШ методом стремления

Рис. 5. демонстрирует, как меняется оптимальное местоположение ТШ с изменением ширины фрагмента соединения к точке P3.

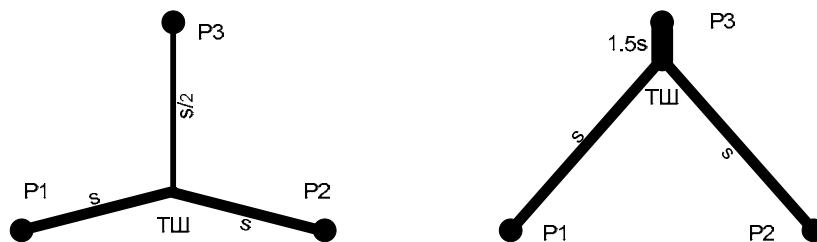


Рис. 5. Изменение местоположения ТШ с изменением ширины соединения

При этом, для точек P1, P2 все ТШ располагаются на соответствующих дугах описывающих окружностей радиуса:

$$R = \frac{Dist}{2 * \sqrt{1 - \left(1 - \frac{s^2}{2 * ss^2}\right)^2}}, \quad (1)$$

где $Dist$ – расстояние между этими точками (P1, P2), ss – ширина фрагментов соединений к точкам P1 и P2, а s – ширина фрагмента соединения к P3.

Центр ОТО при этом удалён от середины отрезка $|P1 \leftrightarrow P2|$ на расстояние:

$$H = \sqrt{R^2 - \frac{Dist^2}{4}}. \quad (2)$$

В случае, когда все три фрагмента соединения разнородны, формула расчёта радиуса ОТО для точек P1, P2, будет иметь следующий вид:

$$R = \frac{Dist}{2 * \sqrt{1 - \left(\frac{s1^2 + s2^2 + s3^2}{2 * s1 * s2} \right)^2}}, \quad (3)$$

где $s1, s2, s3$ – «ширина» фрагментов соединения к P1, P2, P2 соответственно.

Место положения ТС в общем случае, при разной ширине всех фрагментов соединения, смещается по ОТШ в сторону наиболее широкого соединения к P1 или P2. Косинус угла отклонения ТС от срединного перпендикуляра к отрезку $|P1 \leftrightarrow P2|$ (далее ОТС) (рис. 6.) имеет следующий вид:

$$CosOTC = \left(\frac{\frac{s1}{s2} + \frac{s2}{s1}}{2} - 1 \right) * \left(\frac{(s1 + s2)^2}{s3^2} - 1 \right) - 1. \quad (4)$$

Рис. 6. демонстрирует смещение *точки стремления* и построение точки Штейнера методом стремления при ширине фрагментов соединений к P1, равной s , к P2, равной $1.5*s$ и к P3, равной $2*s$.

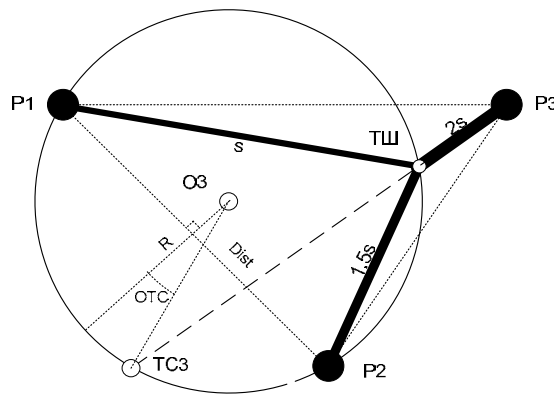


Рис. 6. Построение ТШ с разной шириной соединений

Предложенная методика позволяет строить Евклидовы деревья Штейнера (далее ЕДШ) и для произвольного числа вершин со смежными ТШ. На рис. 7. показано построение ЕДШ для четырёх вершин с двумя смежными ТШ для одинаковых, по ширине, соединений.

Построения осуществляются в нижеследующем порядке:

- ◆ строится соответствующая точка стремления ТС1 для P1, P2;

- ◆ определяется местоположение точки стремления TC2 относительно точек TC1 и P4;
- ◆ определяются координаты точки Штейнера TШ2, расположенной на прямой (P3, TC2);
- ◆ определяются координаты точки Штейнера TШ1, расположенной на прямой (TC1, TШ2);
- ◆ строятся соответствующие фрагменты соединений.

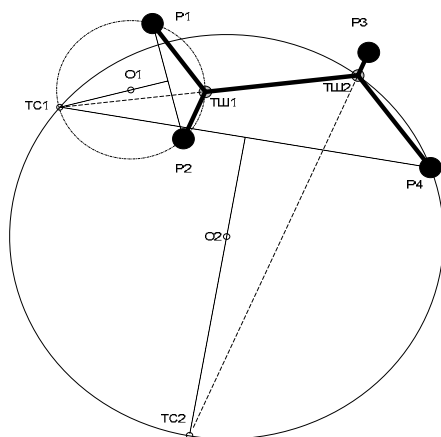


Рис. 7. Построение ЕДШ для четырёх вершин с двумя смежными ТШ

Аналогичным методом можно строить и ЕДШ для соединений разной ширины. На рис. 8. демонстрируется пример такого построения для 100 точек.

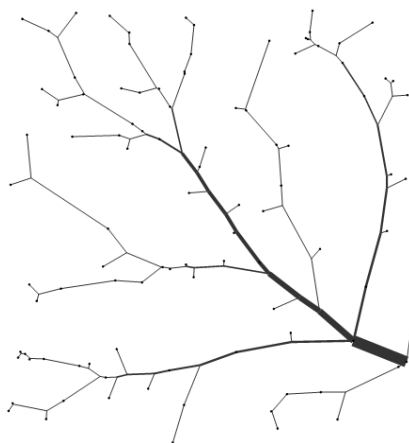


Рис. 8. Построение ЕДШ с разной шириной соединений для 100 вершин

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Курант Р., Робинс Г. Что такое математика? – М.-Л.: ОГИЗ, 1947. – С. 405-411.
2. Michael Herring The Euclidean Steiner Tree Problem, Denison University, April 28, 2004.
3. Кукин В.Д. Эволюционная модель для Евклидовой задачи Штейнера с потоками и зависящими от них весами // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008, № 3. – С. 125-132.

4. Орлов Н.Н. Построение связывающих деревьев с разной шириной фрагментов соединений // Известия ЮФУ. Тематический выпуск "Интеллектуальные САПР". – Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2008, №4(81). – С. 78-83.
5. Орлов Н.Н. Оптимальное соединение трех точек в Евклидовом пространстве // Материалы Всероссийской научной конференции «Управление и информационные технологии УИТ-2004». – Пятигорск, 2004. – С. 157-161.

Орлов Николай Николаевич

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: orlov@tai.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 8(8634)365-881.

Кафедра систем автоматизированного проектирования; ассистент.

Orlov Nikolay Nikolaevich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: orlov@tai.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 8(8634)365-881

Department of Computer Aided Design; assistants.

УДК 863.114.243:84

В.В. Янушко

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧ КОНЦЕПТУАЛЬНОГО
ПРОЕКТИРОВАНИЯ***

В статье проводится системный анализ процесса концептуального проектирования. Приводятся основные задачи, возникающие в процессе проектирования и взаимосвязи между ними.

Проектирование; системный анализ; САПР.

V.V. Janushko

SYSTEMATIC ANALYSIS OF THE TASKS OF CONCEPTUAL DESIGN

The paper conducted a systematic review of the conceptual design. There are major challenges in the design and the relationship between them.

Design; systems analysis; CAD.

Любое современное производство предполагает использование средств автоматизации, в том числе и систем автоматизированного проектирования (САПР). САПР – это инструмент, решающий весь комплекс задач от анализа задания до разработки полного объема конструкторской и технологической документации. САПР объединяет технические средства, математическое и программное обеспечение, параметры и характеристики которых выбирают с максимальным учетом особенностей задач инженерного проектирования и конструирования.

* Работа выполнена при поддержке: РФФИ (грант № 08-01-00473), г/б № 2.1.2.1652.