

Курейчик Владимир Викторович

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: vkur@tsure.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634383451.

Кафедра систем автоматизированного проектирования; заведующий кафедрой; профессор.

Kureichik Vladimir Viktorovich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education «Southern Federal University».

E-mail: vkur@tsure.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 88634383451.

Department of Computer Aided Design; head the department; professor.

Полупанова Елена Евгеньевна

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: jienka@mail.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 89284013301.

Кафедра систем автоматизированного проектирования; аспирант.

Polupanova Elena Evgenievna

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education «Southern Federal University».

E-mail: jienka@mail.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 89284013301.

Department of Computer Aided Design; post-graduate student.

УДК 519.612.2

В.В. Бегляров, А.Н. Берёза, М.В. Ляшов

**БИОНИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ**

В статье приведен бионический алгоритм решения систем линейных уравнений, содержащий генетические операторы и элементы нечеткой логики. Приведены результаты тестирования бионического алгоритма, проведен сравнительный анализ данного алгоритма с методами Гаусса и Гаусса-Зейделя.

Генетические алгоритмы; бионические системы; нечеткие эволюционные алгоритмы; эволюционное моделирование.

V.V. Beglyarov, A.N. Bereza, M.V. Lyashov

**BIONIC ALGORITHM FOR SOLVING SYSTEMS OF LINEAR ALGEBRAIC
EQUATIONS**

The paper presents a bionic algorithm for solving systems of linear algebraic equations, containing the genetic operators and elements of fuzzy logic. Adduce the results of testing the

bionic algorithm, and comparative analysis of the algorithm with the methods of Gauss and Gauss-Seidel.

Genetic algorithms; bionic system; fuzzy evolution algorithms; simulated evolution.

Введение. Основой развития технических систем, в том числе и информационных, являются новые гипотезы, концепции, теории, принципы, модели, алгоритмы и т.д. Применение новых методологий позволяет получить качественно отличающиеся результаты, по сравнению со стандартными подходами. В настоящее время существует большое количество задач, сложность которых требует применение новых методов их решения.

В связи с постоянным увеличением сложности задач, решаемых САПР, возникла необходимость в разработке новых алгоритмов, способных вывести системы автоматизированного проектирования на новый уровень. Одной из таких задач является решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), например, применяющихся при построении моделирующих подсистем электронных САПР. Традиционные методы решения имеют свои недостатки: прямые методы – накапливаемая погрешность; итерационные – сложность вычислений. Разработанный алгоритм решения СЛАУ с применением генетических операторов позволяет преодолеть некоторые из недостатков стандартных методов.

Бионический алгоритм решения СЛАУ. В общем виде генетический алгоритм моделирует феномен естественной эволюции, позволяющий решать, в том числе, и задачи оптимизации. Генетический алгоритм работает с группой решений (хромосомы), которые кодируются особым способом для конкретной решаемой задачи. Качество решения отражает целевая функция.

В результате отбора решений с лучшими целевыми функциями и использования генетических операторов, в популяции остаются только те хромосомы, которые наиболее полно отвечают задаче.

На рис. 1 представлена схема алгоритма решения СЛАУ.

Последовательность шагов разработанного алгоритма представлена ниже.

Шаг 1. Если количество уравнений не равно количеству неизвестных или опередитель равен нулю, то переход к шагу 10, иначе – к шагу 2.

Шаг 2. Инициализация. Создание начального набора решений. Выполняется генерацией случайных чисел из заданного диапазона значений.

Шаг 3. Оценка. Этап оценки дает возможность определить качественные показатели полученных наборов решений системы уравнений и упорядочить их по возрастанию значения целевой функции. Качество набора решений оценивается с помощью функции пригодности:

$$f = \sum_{i=1}^n (a_i = 0)^T (n - 1) \cdot \left[\left(\sum_{i=1}^n (a_i = 0)^T (n - 1) \cdot \left[a_{ij} x_{jt} \right] \right) \right] - b_{it}$$

Шаг 4. Отбор. На этом этапе выбираются решения для дальнейшего использования. Отбор осуществляется на основании значения целевой функции. Этот процесс является двусторонним, т.к. если включить в выбор только хорошие хромосомы, то решение становится достаточно ограниченным по причине недостаточного разнообразия. Если выбор осуществлять произвольно, то нет гарантии, что впоследствии решения будут улучшаться. В результате выбирается группа решений, которые будут участвовать в рекомбинации.

Существует множество алгоритмов отбора: случайный отбор, элитный отбор, «метод рулетки» и др. В данном алгоритме применялся несколько иной метод отбора. Данный метод основан на применении элементов нечеткой логики. Ниже приведено правило для отбора решений:

$$\text{IF (Var} = \text{мало) and (G} = \text{мало) then } p = \text{Мало,}$$

где p – вероятность выбора данной пары, для операции кроссинговера;

$$\text{Var} = \frac{f_{\max} - \bar{f}}{f_{\max} - f_{\min}}$$

где \bar{f} – среднее значение всех хромосом популяции; f_{\max}, f_{\min} – лучшее и худшее значение функции пригодности; Var отражает степень различия функций пригодности.

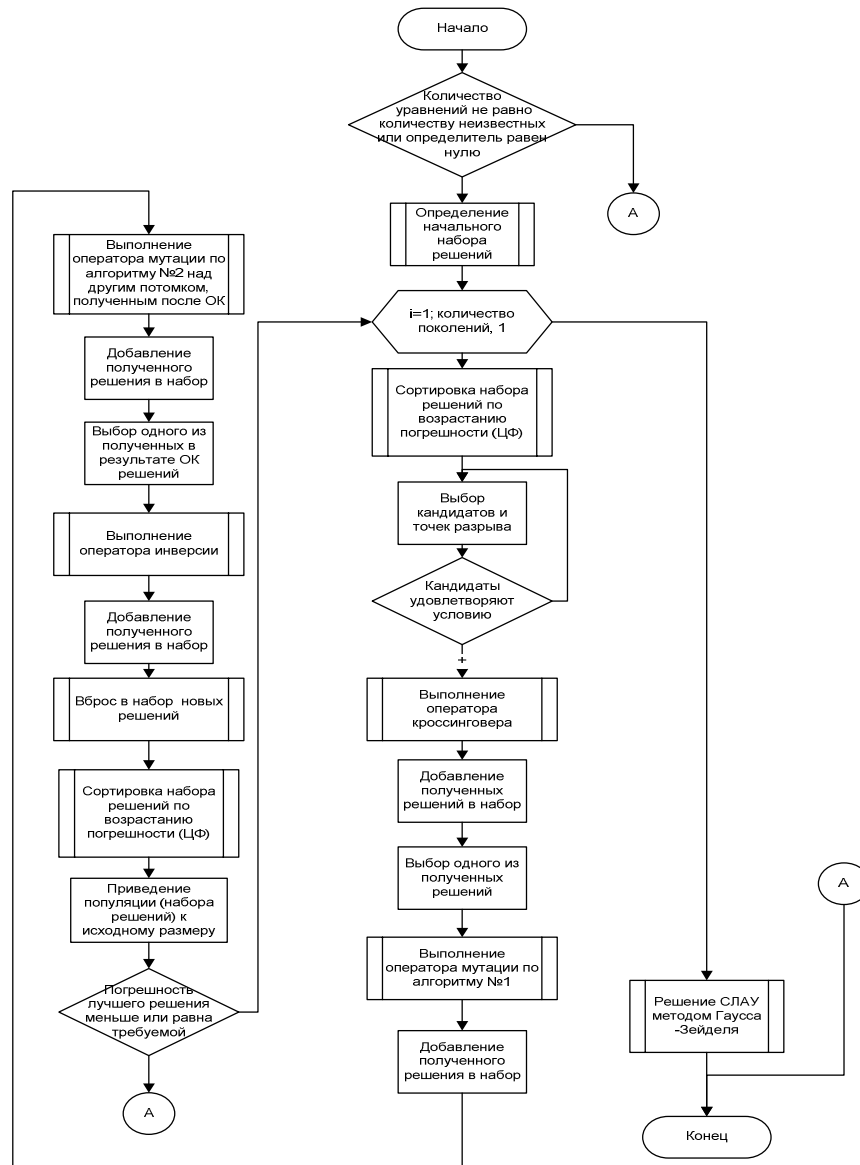


Рис. 1. Схема алгоритма решения СЛАУ

Расстояние между значением функции пригодности лучшей из хромосом-родителей и f_{\max} можно представить в виде G:

$$G = \frac{f_{\max} - \max(f(X), f(Y))}{f_{\max} - f_{\min}}$$

Правило определяет, что две наиболее близкие хромосомы с лучшей функцией пригодности имеют большую вероятность подвергнуться операции кроссинговера.

Шаг 5. Рекомбинация. При рекомбинации части хромосом модифицируются, и получившиеся хромосомы возвращаются опять в популяцию для формирования следующего поколения. В данном алгоритме были использованы следующие операторы: двухточечный кроссинговер, инверсия, мутация и вброс.

В алгоритме было использовано два вида мутации, механизм работы этих операторов приведен ниже:

1. Для повышения эффективности использования оператора мутации необходимо проводить изменение коэффициента силы мутации в процессе выполнения генетического алгоритма.

Определение коэффициента мутации производится по следующему алгоритму:

- 1) решения сортируются по возрастанию ошибки;
- 2) для решения с максимальной погрешностью (ε_{\max}) коэффициент силы мутации устанавливается 0.5;
- 3) для определения коэффициента мутации для выбранного решения применяется формула:

$$k_i = \frac{0,5 * \varepsilon_i}{\varepsilon_{\max}},$$

где ε_i – погрешность i -ой хромосомы;

- 4) для определения количества генов, подвергающихся мутации, используется следующая формула: $n=N*k$, где N – размерность системы;
- 5) значения выбранных генов заменяются на вновь сгенерированные из заданного диапазона.

2. Второй способ содержит первые четыре этапа первого, но отличается пятый этап. Отличие пятого этапа заключается в способе замены выбранных значений генов. Замена происходит на числа, отличающиеся от выбранных на шаге 1.

Далее осуществляется добавление всех полученных в результате применения операторов решений в набор.

Шаг 6. Сортировка полученных решений по возрастанию значений целевой функции.

Шаг 7. Приведение набора решений к исходному размеру.

Шаг 8. Если не достигнута заданная точность или заданное количество итераций, то переходим к шагу 4, иначе к шагу 9. Если достигнута заданная точность, то переходим к шагу 10.

Шаг 9. Если погрешность больше допустимой, то применяем метод Гаусса-Зейделя, в качестве начального решения используется лучшее решение, полученное на предыдущей стадии.

Шаг 10. Конец.

Тестирование алгоритма. Для тестирования разработанного алгоритма был реализован программный интерфейс, представленный на рис. 2.

Критерии тестирования: размер СЛАУ: 5, 10, 20, 30, 40, 50 уравнений; количество серий – 30; уровень погрешности – < 0.01 .

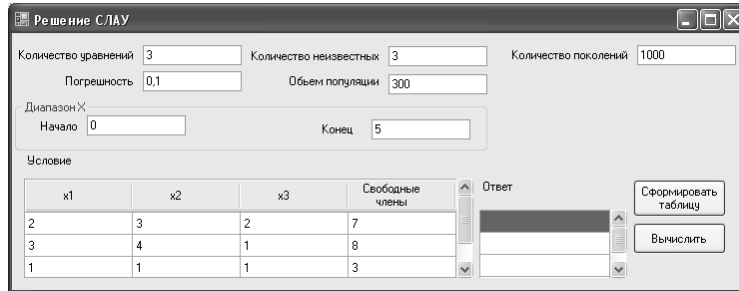


Рис. 2. Интерфейс программы

Результаты тестирования представлены в табл. 1, а на рис. 3 приведены графики среднего времени решения СЛАУ каждым из методов.

Таблица 1

Результаты тестирования

Размер СЛАУ	Метод Гаусса						Метод Гаусса-Зейделя						БА					
	t, микросекунда			ε			t, микросекунда			ε			t, микросекунда			ε		
	tmin	tmax	tср	εmin	εmax	εср	tmin	Tmax	tср	εmin	εmax	εср	tmin	tmax	tср	εmin	εmax	εср
5	0	0	0	1,60E-14	6,34E-15	0	0	0	0	0,00048	0,0069	0,00224	5	10,066	7,082	0,00065	0,0038	0,00132
10	0	0	0	7,66E-15	3,01E-14	1,73E-14	0	0	0	0,00045	0,0032	0,00114	8	15	10,4	0,00043	0,0019	0,00101
20	0	0	0	2,64E-14	6,69E-14	4,44E-14	0	0	0	0,00049	0,0025	0,00125	18,2	28,666	22,026	0,00052	0,0016	0,001
30	0	3	8,47E-16	3,43E-14	1,11E-13	7,94E-14	0	0	0	0,0004	0,0026	0,00109	38	50,4	42,12	0,00057	0,0014	0,00107
40	0	0	0	8,77E-14	1,70E-13	1,29E-13	0	0	0	0,00038	0,0023	0,0012	65,2	69,62	76,7333	0,00054	0,0015	0,001
	0	15	3,14E-20	1,33E-13	2,41E-13	1,79E-13	0	15	1,29E-27	0,00038	0,0021	0,0013	199,6	232,34	277,66	0,00055	0,0016	0,001

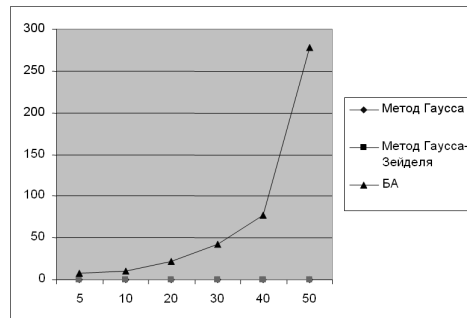


Рис. 3. Графики среднего времени решения СЛАУ

На рис. 4 приведены графики минимальной, максимальной и средней погрешности решения СЛАУ методом Гаусса.

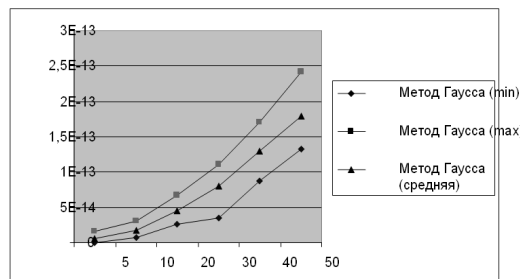


Рис. 4. Графики погрешности решения СЛАУ методом Гаусса

На рис. 5 приведены графики минимальной, максимальной и средней погрешности решения СЛАУ методом Гаусса-Зейделя и с помощью бионического алгоритма.

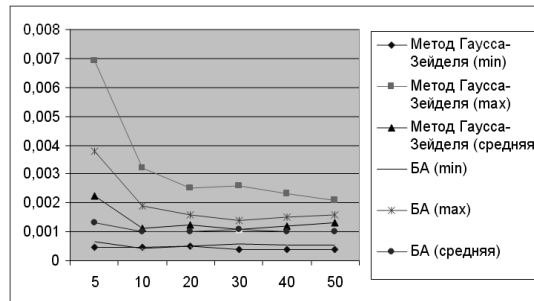


Рис. 5. Графики погрешности решения СЛАУ методом Гаусса-Зейделя и БА

В результате тестирования было установлено:

1. Разработанный алгоритм проигрывает методам Гаусса и Гаусса-Зейделя во времени выполнения.

2. По качеству решения для выбранного набора СЛАУ БА уступает методу Гаусса, но при этом не наблюдается тенденции увеличения погрешности с ростом объема системы, и погрешность БА меньше заданной.

3. При сравнении минимальных показателей погрешности метода Гаусса-Зейделя и БА наблюдается небольшое преимущество метода Гаусса-Зейделя. Однако наблюдается преимущество БА при сравнении максимальных показателей погрешности. Исходя из этого, можно сделать вывод, БА обеспечивает меньший разброс погрешности.

Заключение. В результате тестирования было установлено, что данный алгоритм показывает достаточно хорошие результаты. Предлагаемый алгоритм лишен некоторых недостатков других методов. Он лишен недостатка прямых методов – сложности, т.к. в нем не производится сложных вычислений. Так же, он увеличивает эффективность метода Гаусса-Зейделя, т.к. в качестве начального решения в него подается решение, достаточно близкое к искомому.

Представленные результаты экспериментальных исследований показали, что разработанный алгоритм показывает результаты не хуже других алгоритмов, а, в некоторых случаях, и лучше. Время работы БА может варьироваться подбором соответствующих настроек алгоритма: объем популяции и количество поколений. Разработанный алгоритм обладает недостатком метода Гаусса-Зейделя: для сходимости итерационного процесса достаточно, чтобы модули диагональных коэффициентов для каждого уравнения были не менее суммы модулей остальных коэффициентов для этого уравнения.

В дальнейшем планируется разработка бионических алгоритмов на основе подпространств Крылова, способных эффективно решать системы большой размерности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.

1. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы / Л.А. Гладков, В.В. Курейчик, В.М. Курейчик. – М.: Физико-математическая литература, 2006. – 339 с.
2. Рутковская Д., Пилинский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилинский, Л. Рутковский. – Горячая линия-Телеком, 2006. – 383 с.

3. Рено Н.Н. Численные методы / Н.Н. Рено. – М.: КДУ, 2007. – 100 с.
4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Бином, 2008. – 636 с.
5. Рябенский, В.С. Введение в вычислительную математику / В.С. Рябенский. – М.: Физматлит, 2000. – 294 с.
6. Самарский А.А. Введение в численные методы / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1997. – 234 с.
7. Курейчик В.В., Курейчик В.М., Родзин С.И. Концепция эволюционных вычислений, инспирированных природными системами // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 4 (93). – С. 16-25
8. Ракитин В.И., Первушин В.Е. Практическое руководство по методам вычислений / В.И. Ракитин, В.Е. Первушин. – М.: Высшая школа, 1998. – 380 с.
9. Загускин В.Л. Справочник по численным методам решения уравнений / В.Л. Загускин. – М.: Государственное издание физико-математической литературы, 1960. – 216 с.
10. Бахвалов Н.С. и др. Численные методы в задачах и примерах / Н.С. Бахвалов. – М.: Высшая школа, 2000. – 636 с.

Бегляров Вадим Валерьевич

Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса.
E-mail: TorBWW@yandex.ru.
346500, г. Шахты, ул. Шевченко, д. 147.
Тел.: 89081760312.
Кафедра информационных систем и радиотехники; аспирант.

Begliyrov Vadim Valeryevich

South Russian State University of Economics and Service.
E-mail: TorBWW@yandex.ru.
147, Shevchenko street, Shakhty, 346500, Russia.
Phone: 89081760312.
Department of Information Systems & Radio Engineering; postgraduate student.

Берёза Андрей Николаевич

Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса.
E-mail: anbirch@mail.ru.
346500, г. Шахты, ул. Шевченко д. 147.
Тел.: 89281574449.
Кафедра информатики ВИС ЮРГУЭС; заведующий кафедрой; доцент.

Bereza Andrew Nikolayevich

South Russian State University of Economics and Service.
E-mail: anbirch@mail.ru.
147 Shevchenko street, Shakhty, 346500, Russia.
Phone: 89281574449.
Head of Department; associate professor.

Ляшов Максим Васильевич

Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса.
E-mail: maxl85@mail.ru.
346500, Ростовская обл., г. Шахты, ул. Шевченко, д. 147.
Тел.: 89604591974.
Кафедра информационных систем и радиотехники; аспирант.

Liyshov Maxim Vasilyevich

South Russian State University of Economics and Service.
E-mail: maxl85@mail.ru.
147, Shevchenko street, Shakhty, 346500, Russia.
Phone: 89604591974.
Department of Information Systems & Radio Engineering; postgraduate student.