БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Zhornik V.A.,ProkopenkoYu.A, Rybinskaya A.A.,Savochka P.A.* Ring-shaped crack propagation in a cylinder under nonsteady cooling // HPSM 2006. High Performance Structures and Materials. WIT Press, Southampton, Boston, pp. 521-529, 2006.
2. *Zhornik A.I., Kartashov E.M.* Dynamic problem of elasticity theory for a space with a moving semi-infinite crack // International Applied Mechanics. USA, New-York, 1993, June – pp.825-831, 1993.

УДК 681.51.01

Е.Н. Целигорова

МЕТОДИКА ПРИМЕНЕНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА КОРНЕВОГО ГОДОГРАФА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РОБАСТНОЙ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

Введение. Исследование робастной устойчивости нелинейных дискретных систем является сложным многоэтапным процессом, начинающимся с определения структуры системы, значений её численных коэффициентов, перехода от p-передаточной функции к w-передаточной функции, выбора соответствующего критерия абсолютной устойчивости, преобразования этого критерия к соответствующему полиномиальному виду, с проверкой полученного полинома на строгую положительность построением корневых траекторий.

1. Вид передаточной функции, после её w-преобразования. В данной работе не будем рассматривать переход от W(p) к W(w) передаточной функции, так как с этим переходом можно ознакомиться в работе [1]. Кроме того в этой работе предложена методика получения интервальных коэффициентов передаточной функции W(w).

Пусть получена передаточная функция с коэффициентами следующего вида:

$$W(w) = \frac{a_0^{'}w^5 + a_1^{'}w^4 + a_2^{'}w^3 + a_3^{'}w^2 + a_4^{'}w + a_5^{'}}{b_0^{'}w^5 + b_1^{'}w^4 + b_2^{'}w^3 + b_3^{'}w^2 + b_4^{'}w + b_5^{'}}, \qquad (1)$$

где $a_i^{'} = a_i + \Delta a_i; b_i^{'} = b_i + \Delta b_i; i = 0 \div 5.$

2. Разложение передаточной функции на действительную и мнимую части. Известно, что дробно-рациональную функцию

$$W(w) = \frac{\sum_{i=0}^{n} a_i\, w^{n-i}}{\sum_{i=0}^{n} b_i w^{n-i}},$$

после замены $w = j\nu$ можно представить в следующем виде:

$$W(w) = \frac{P(\nu) + jQ(\nu)}{M(\nu)},$$

где $P(\nu)$, $M(\nu)$ – полиномы четных степеней ν; $Q(\nu)$ – полином нечетной степени ν, без свободного члена.

Так (1) можно представить в виде:

$$W(w)=\frac{ja'_0\nu^5+a'_1\nu^4-ja'_2\nu^3-a'_3\nu^2+ja'_4\nu+a'_5}{jb'_0\nu^5+b'_1\nu^4-jb'_2\nu^3-b'_3\nu^2+jb'_4\nu\ \ +b'_5},$$

где

$$P(\nu)=a'_0b'_0\nu^{10}+(a'_0b'_0+a'_1b'_1-a'_0b'_2-a'_2b'_0)\nu^8+(a'_2b'_2-a'_1b'_3-a'_3b'_1+a'_0b'_4+a'_4b'_0)\nu^6+$$
$$+(a'_3b'_3+a'_2b'_4-a'_1b'_5-a'_5b'_1+a'_4b'_2)\nu^4+(a'_4b'_4-a'_3b'_5-a'_5b'_3)\nu^2+a'_5b'_5;$$
$$Q(\nu)=(a'_0b'_1-a'_1b'_0)\nu^9+(a'_1b'_2-a'_2b'_1+a'_3b'_0-a'_0b'_3)\nu^7+(a'_0b'_5-a'_1b'_4+a'_2b'_3+a'_3b'_2+a'_4b'_1+a'_5b'_0)\nu^5+$$
$$+(a'_3b'_4-a'_4b'_3-a'_5b'_2-a'_2b'_5)\nu^3+(a'_4b'_5-a'_5b'_4)\nu;$$
$$M(\nu)=b'^2_0\nu^{10}+(b'^2_1-2b'_0b'_2)\nu^8+(b'^2_2-2b'_1b'_3+2b'_0b'_4)\nu^6+(b'^2_3-2b'_4b'_2+2b'_5b'_1)\nu^4+$$
$$+(b'^2_4-2b'_3b'_5)\nu^2+b'^2_5;$$

3. Виды критериев абсолютной устойчивости нелинейных дискретных систем. В [2] приведены критерии абсолютной устойчивости одномерных нелинейных дискретных систем для различных видов нелинейных элементов и линейных импульсных частей, описываемые следующими выражениями

$$\operatorname{Re}W(j\nu)+\frac{1}{k}>0 \qquad \forall\in(0;\infty), \tag{2}$$

$$\operatorname{Re}\frac{W(j\nu)}{1+rW(j\nu)}+\frac{1}{k-r}>0 \qquad \forall\in(0;\infty), \tag{3}$$

$$\operatorname{Re}(1+q\frac{2j\nu}{1+j\nu})W(j\nu)+\frac{1}{k}>0 \qquad \forall\in(0;\infty), \tag{4}$$

$$\operatorname{Re}\frac{(1+q\frac{2j\nu}{1+j\nu})W(j\nu)}{1+rW(j\nu)}+\frac{1}{k-r}>0, \quad \forall\in(0;\infty), \tag{5}$$

где $\nu=tg(\omega T_0/2)$ – относительная псевдочастота; T_0 – период дискретности; ω – частота; k и r – величины характеризующие сектор, в котором должны находиться характеристики нелинейного элемента; q – параметр В.М. Попова.

Выбирая из (2) – (5) требуемый критерий, можно осуществить проверку абсолютной устойчивости исследуемой системы.

Пусть в качестве иллюстрации будет выбран критерий абсолютной устойчивости (2). Сведем проверку (2) к проверке строгой положительности вещественного полинома, который может быть получен в следующем виде:

$$\frac{P(\nu)}{M(\nu)}+\frac{1}{k}=M(\nu)+kP(\nu)=0. \tag{6}$$

Заменяя $\nu^2=x$, получим следующий полином:

$$b'^2_0x^5+(b'^2_1-2b'_0b'_2)x^4+(b'^2_2-2b'_1b'_3+2b'_0b'_4)x^3+(b'^2_3-2b'_4b'_2+2b'_5b'_1)x^2+(b'^2_4-2b'_3b'_5)x+b'^2_5+$$
$$+k[a'_0b'_0x^5+(a'_0b'_0+a'_1b'_1-a'_0b'_2-a'_2b'_0)x^4+(a'_2b'_2-a'_1b'_3-a'_3b'_1+a'_0b'_4+a'_4b'_0)x^3+$$
$$+(a'_3b'_3+a'_2b'_4-a'_1b'_5-a'_5b'_1+a'_4b'_2)x^2+(a'_4b'_4-a'_3b'_5-a'_5b'_3)x+a'_5b'_5]=0;$$

Коэффициенты этого полинома имеют интервальные значения.

4. Анализ робастной абсолютной устойчивости одномерных дискретных систем. Исследовать робастную абсолютную устойчивость одномерной нелинейной дискретной системы, имеющую передаточную функцию с интервальными коэффициентами можно путем применения следующего критерия абсолютной устойчивости [3]:

$$\mathrm{Re}W(j\omega)+\frac{1}{k}>0; \quad \forall\ \mathrm{W}\in \Gamma_{\kappa}\ , \tag{8}$$

где Γ_{κ} – множество передаточных функций, составленных из полиномов Харитонова.

Проверка (8) осуществляется путем получения из этой передаточной функции с интервальными коэффициентами 16 передаточных функций, полиномы числителей и знаменателей которых являются полиномами Харитонова [4].

Заключение. Таким образом, если применить соответствующий критерий абсолютной устойчивости и построить из (1) 16 корневых годографов с выводом на экран дисплея корневых траекторий, то это позволит оценить робастную абсолютную устойчивость исследуемой одномерной нелинейной дискретной системы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Целигорова Е.Н.* Методика получения коэффициентов передаточных функций интервальных систем // Труды Международной научно-технических конференций (AIS'08) и «Интеллектуальные САПР» (CAD 2008). – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008, т. 2.
2. *Целигоров Н.А., Целигорова Е.Н.* Применение модифицированного метода корневого годографа для исследования робастной абсолютной устойчивости многомерных систем управления // Идентификация систем и задачи управления. Труды VI Международной конференции SICPRO '07. 29 января – 1 февраля 2007 г. ИПУ РАН. CD, №13034.
3. *Тянь Юйпин.* Анализ и синтез робастных динамических систем со структурными линейными и нелинейными неопределенностями // Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук. – ТРТУ, 1996.
4. *Харитонов В.Л.* Устойчивость вложенных семейств полиномов // Автоматика и телемеханика. – 1995, №11.