

дифференциального уравнения с учетом восстановления $x(t_0)$ по наблюдению на интервале времени $[t, t_0]$.

Применение гибридных регуляторов придает системам управления свойство невосприимчивости к изменениям параметров объекта и внешним возмущениям. Функциональные характеристики гибридного регулятора существенно расширяются, если обеспечить возможность коррекции функций принадлежности и параметров модели в базе знаний с использованием режима удаленного доступа.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белоусов О.А. Гибридный регулятор для энергосберегающего управления электрокамерными печами // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2005, № 7.
2. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Наука, 1986.
3. Справочник по теории автоматического управления / Под редакцией А. А. Красовского. – М.: Наука, 1987.
4. Деменков Н.П. Адаптивное управление с помощью нечетких супервизоров // Промышленные АСУ и контроллеры. – 1999, № 4.
5. Финаев В.И. Модели систем принятия решений. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005.
6. Гайдук А.Р. Системы автоматизированного управления. Примеры, анализ и синтез. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2006. – 414 с.

УДК 539.04

А.И. Жорник, В.А. Жорник

ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА ПРИ СКАЧКООБРАЗНОМ УВЕЛИЧЕНИИ КОЛЬЦЕВОЙ ТРЕЩИНЫ В ЦИЛИНДРЕ ПРИ ЕГО ОХЛАЖДЕНИИ*

В результате поступления тепла от потока жидкости или газа в трубопроводах, тепловых двигателях, выделения тепла в атомных реакторах, в проводниках при прохождении токов высокой частоты и т.д. элементы этих конструкций работают в условиях неравномерного нестационарного охлаждения. Следствием этого является возникновение градиентов температур, сопровождающихся неодинаковым тепловым расширением отдельных частей конструкций. Во всех случаях неравномерное тепловое расширение вызывает температурные напряжения, которые, усиливаясь вблизи различных дефектов, могут вызывать разрушение конструкции из материалов с повышенной хрупкостью.

В работе [1] рассматривалась нестационарная квазистатическая задача термоупругости для сплошного цилиндра радиуса r_c неограниченной длины со свободными торцами и со свободной от нагрузки соосной поперечной кольцевой трещиной радиуса r_d , выходящей на поверхность цилиндра и расположенной в середине по длине цилиндра. Цилиндр постоянной начальной температуры T_0 имеет

* Работа выполнена при поддержке гранта «Фундаментальные исследования и высшее образование» (BRHE) Министерства образования и науки Российской Федерации и Американского фонда гражданских исследований и развития (CRDF) (код проекта Р.Н.П. 2.22.3.10012).

на поверхности тонкую оболочку толщины d , свободную от внешних нагрузок, охлаждаемую по всей поверхности путем теплообмена со средой постоянной температуры $\theta < T_0$. В результате такого охлаждения во внешних частях цилиндра возникают температурные напряжения растяжения, которые могут вызвать рост кольцевой трещины. Однако, войдя в область сжимающих напряжений, действующих во внутренних частях цилиндра, трещина останавливается.

Численный расчет производился для цилиндра с порошковым покрытием на его поверхности, параметры которых приведены в работе [1]. На рис. 1 для этого случая представлены результаты расчета осевых напряжений σ_{zz} в безразмерном

виде $\sigma_{zz}^*(\rho, Fo) = \frac{\sigma_{zz}(\rho, Fo)(1-\nu)}{\alpha_T E(T_0 - \theta)}$, которые действовали на берегах трещины и

вызывали ее рост в зависимости от времени $Fo = \frac{at}{r_c^2}$ в различных точках поперечного сечения цилиндра, где $\rho = \frac{r}{r_c}$.

Здесь $a = \frac{\lambda}{\rho_V c_V}$ – температуропроводность, λ – теплопроводность, ρ_V – плотность, c_V – удельная теплоемкость материала цилиндра.

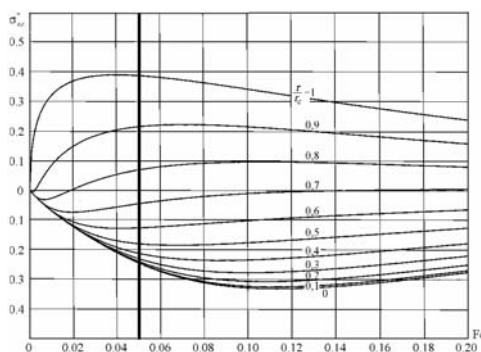


Рис. 1. Зависимость осевого напряжения σ_{zz}^* от времени Fo

На основании полученных выражений для $\sigma_{zz}^*(\rho, Fo)$ рассчитывался коэффициент интенсивности напряжений (КИН) $K_I(r_d, t) = \lim_{r \rightarrow r_d} \sqrt{r_d - r} \sigma_{zz}$, который управляет ростом трещины. Если окажется, что $K_I(r_d, t)$ меньше трещиностойкости (критического КИН, вязкости разрушения) K_{IC} – постоянной материала, то трещина не растет, если больше, то она будет расти.

На рис. 2 приведены зависимости безразмерного КИН

$K_I^*(\alpha, Fo) = \frac{K_I(\alpha, Fo) 2\sqrt{2}(1-\nu)}{\sqrt{r_c} E \alpha_T (T_0 - \theta)}$ от времени Fo при различных размерах

трещины $\alpha = \frac{r_d}{r_c}$ в цилиндре, где E – модуль Юнга, α_T – коэффициент линейного термического расширения, ν – коэффициент Пуассона материала цилиндра.

Из рис. 2 следует, что если положить $K_{IC} = 0,20$, то кольцевая трещина относительного радиуса $\alpha = 0,85$ в момент времени $Fo = 0,05$ растет мгновенно скачком до $\alpha = 0,8$ под действием нагрузки $\sigma_{zz}^*(\rho, 0,05)$, указанной на рисунке (см. рис. 1) в зависимости от ρ и интерполированной полиномом

$$\sigma_{zz}^*(\rho, 0,05) = 0,0344\rho^4 + 0,8325\rho^2 - 0,4819. \quad (1)$$

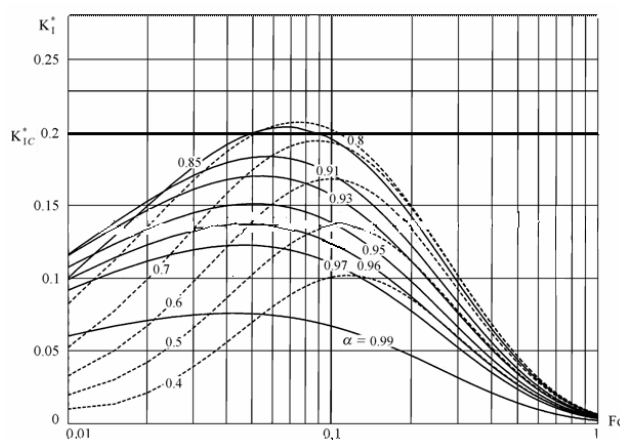


Рис. 2. Зависимость КИН от времени Fo

Однако такой скачкообразный рост трещины связан с резким снятием нагрузки $\sigma_{zz}^*(\rho, 0,05)$ в пределах $0,8 \leq \rho \leq 0,85$ берегов трещины, а, следовательно, с динамическим изменением во времени КИН на фронте проросшей трещины. Этот динамический эффект необходимо оценить. Если окажется, что динамический КИН на фронте увеличенной трещины превышает КИН до скачкообразного роста трещины, то квазистатическая постановка задачи неприемлема.

В связи с изложенной выше задачей в качестве модели выбран сплошной цилиндр относительно большой длины радиуса r_c , в котором имеется кольцевая трещина, выходящая на поверхность цилиндра с радиусом фронта трещины $0,85r_c$. Начальная нагрузка $\sigma_{zz}^*(\rho, 0,05)$, приложенная к берегам в пределах $0,85r_c < r < r_c$ трещины в момент времени $Fo = 0,05$, как уже было сказано выше, изображается полиномом (1).

В момент времени $Fo = 0,05$ кольцевая трещина мгновенно прорастает до размера радиуса $0,8r_c$. При этом нагрузка на берегах трещины в пределах $0,85r_c < r < r_c$ остается прежней, а нагрузку на берегах проросшей скачком трещины в пределах $0,8r_c < r < 0,85r_c$ необходимо мгновенно (динамически) снять, т.е. приложить в этих пределах нагрузку противоположного знака. В связи с этим

оценку КИН K_I^* необходимо вести следующим образом. Согласно рисунку (см. рис. 2) КИН $K_I^{*(1)}$ для начальной (еще не увеличенной) кольцевой трещины ($0,85r_c < r < r_c$) при $F_0 = 0,05$ равен $0,20$ ($K_I^{*(1)} = 0,20$). Далее рассчитаем КИН $K_I^{*(2)}$ для увеличенной скачком от $0,85r_c$ до $0,8r_c$ трещины размера $0,8r_c < r < r_c$. Причем $K_I^{*(2)}$ состоит из двух слагаемых:

$$K_I^{*(2)} = K_I^{*(2)C} + K_I^{*(2)D}, \quad (2)$$

где $K_I^{*(2)C}$ – статический КИН от прежней нагрузки, приложенной к берегам проросшей трещины в пределах $0,85r_c < r < r_c$.

При этом, несмотря на то, что нагрузка на берегах трещины, как уже указывалось, осталась прежней, тем не менее $K_I^{*(2)C}$, как показал расчет, уменьшился по сравнению с $K_I^{*(1)}$, так как фронт трещины продвинулся от $0,85r_c$ до $0,8r_c$ и нагрузка удалась от фронта. Расчет $K_I^{*(2)C}$ для кольцевой трещины, радиус фронта которой $0,8r_c$ с нагрузкой на берегах трещины в пределах $0,85r_c < r < r_c$, показал, что $K_I^{*(2)C} = 0,16$.

Вторая составляющая $K_I^{*(2)D}$ представляет динамический КИН, возникающий в кончике трещины за счет мгновенного приложения нагрузки σ_{zz}^* вблизи кончика проросшей трещины в пределах $0,8r_c < r < 0,85r_c$.

Насколько авторам известно, динамическая задача теории упругости для кольцевой трещины в цилиндре в такой постановке отсутствует.

Однако поскольку проросшая область трещины, с одной стороны, относительно мала и расположена относительно далеко от поверхности цилиндра, а с другой – кривизна фронта трещины относительно велика, то кольцевую трещину, нагруженную в пределах $0,8r_c < r < 0,85r_c$ в сплошном цилиндре, можно заменить полубесконечной трещиной в пространстве с учетом кривизны фронта трещины с началом ℓ -координаты в кончике трещины и направленной вдоль r -координаты ($\ell = r - 0,8r_c$). Таким образом, нагрузка берегов полубесконечной трещины занимает область $0 < \ell < 0,05r_c$. Из рисунка (см. рис. 1) видно, что в этих пределах $\sigma_{zz}^* \sim 0,102$.

В связи с этим для оценки динамического эффекта воспользуемся результатами работы [2]. В этой работе рассмотрена фундаментальная задача динамической теории упругости о расчете КИН для полубесконечной плоской трещины, расположенной в пространстве. На расстоянии ℓ от кончика трещины мгновенно прикладываются две сосредоточенные нормальные к поверхности трещины нагрузки F , раздвигающие берега трещины (начало координат выбрано в кончике трещины). Используя принцип суперпозиции, выражение для КИН $K_I^*(t)$ в случае произвольной нагрузки $\sigma_{zz}^*(\ell)$, приложенной нормально к берегам трещины, запишем в виде:

$$K_I^*(t) = \frac{K_I(t)2\sqrt{2}(1-\nu)}{\sqrt{r_c} E \alpha_T (T_0 - \theta)} =$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{\pi\sqrt{r_c}} \int_0^{\ell_0} \sigma_{zz}^*(\ell) \left[\frac{1}{\sqrt{\ell}} - \frac{\gamma^{1/2} H(\ell - c_R t)}{\sqrt{\frac{c_1}{c_R} S_+(-\frac{1}{c_R}) \sqrt{\ell - c_R t}}} \right] H(1,178c_R t - \ell) d\ell, \quad (3)$$

где C_1 – скорость продольной волны, C_R – скорость волны Рэлея, $\gamma = \frac{C_1}{C_R} - 1$, $S_+(-\frac{1}{c_R}) \approx 1,8$, $H(x)$ – функция Хевисайда.

Подставив значение $\sigma_{zz}^* = 0,102$ в (3), получим динамический КИН в виде:

$$K_I^{*(2)\ell} = \begin{cases} 0,17\sqrt{\tau}, & 0 \leq \tau \leq 0,042; \\ 0,04 - 0,07\sqrt{0,05 - \tau}, & 0,042 \leq \tau \leq 0,05; \\ 0,04, & \tau \geq 0,05, \end{cases} \quad \text{где } \tau = \frac{c_R t}{r_c}. \quad (4)$$

Наконец, согласно (2) найдем КИН $K_I^{*(2)}$ увеличенной скачком трещины:

$$K_I^{*(2)} = 0,16 + \begin{cases} 0,17\sqrt{\tau}, & 0 \leq \tau \leq 0,042 \\ 0,04 - 0,07\sqrt{0,05 - \tau}, & 0,042 \leq \tau \leq 0,05 \\ 0,04, & \tau \geq 0,05. \end{cases} \quad (5)$$

По (7) на рис. 3 изображена зависимость $K_I^{*(2)}$ от времени τ .

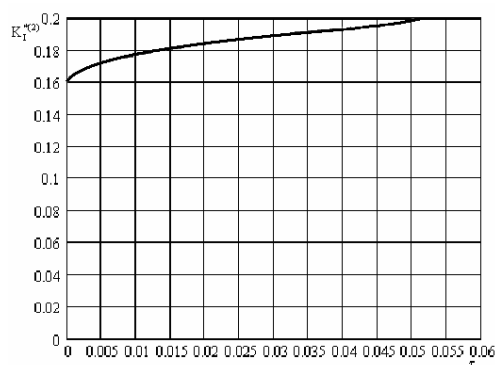


Рис. 3. Зависимость $K_I^{*(2)}$ от времени τ

Из рисунка (см. рис. 3) видно, что процессе роста трещины скачком КИН $K_I^{*(2)}(\tau)$ в новом (увеличенном) кончике трещины растет *монотонно* от начального значения 0,16 при $\tau = 0$ до конечного значения 0,20, такого же, как в старом кончике, достигая его при $\tau = 0,05$. Поэтому квазистатическая постановка задачи правомочна.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Zhornik V.A., Prokopenko Yu.A., Rybinskaya A.A., Savochka P.A. Ring-shaped crack propagation in a cylinder under nonsteady cooling // HPSM 2006. High Performance Structures and Materials. WIT Press, Southampton, Boston, pp. 521-529, 2006.
2. Zhornik A.I., Kartashov E.M. Dynamic problem of elasticity theory for a space with a moving semi-infinite crack // International Applied Mechanics. USA, New-York, 1993, June – pp.825-831, 1993.

УДК 681.51.01

Е.Н. Целигорова

**МЕТОДИКА ПРИМЕНЕНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА
КОРНЕВОГО ГОДОГРАФА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РОБАСТНОЙ
АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ
СИСТЕМ**

Введение. Исследование робастной устойчивости нелинейных дискретных систем является сложным многоэтапным процессом, начинающимся с определения структуры системы, значений её численных коэффициентов, перехода от p -передаточной функции к w -передаточной функции, выбора соответствующего критерия абсолютной устойчивости, преобразования этого критерия к соответствующему полиномиальному виду, с проверкой полученного полинома на строгую положительность построением корневых траекторий.

1. Вид передаточной функции, после её w -преобразования. В данной работе не будем рассматривать переход от $W(p)$ к $W(w)$ передаточной функции, так как с этим переходом можно ознакомиться в работе [1]. Кроме того в этой работе предложена методика получения интервальных коэффициентов передаточной функции $W(w)$.

Пусть получена передаточная функция с коэффициентами следующего вида:

$$W(w) = \frac{a'_0 w^5 + a'_1 w^4 + a'_2 w^3 + a'_3 w^2 + a'_4 w + a'_5}{b'_0 w^5 + b'_1 w^4 + b'_2 w^3 + b'_3 w^2 + b'_4 w + b'_5}, \quad (1)$$

где $a'_i = a_i + \Delta a_i$; $b'_i = b_i + \Delta b_i$; $i = 0 \div 5$.

2. Разложение передаточной функции на действительную и мнимую части. Известно, что дробно-рациональную функцию

$$W(w) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i w^{n-i}}{\sum_{i=0}^n b_i w^{n-i}},$$

после замены $w = jV$ можно представить в следующем виде:

$$W(w) = \frac{P(v) + jQ(v)}{M(v)},$$

где $P(v)$, $M(v)$ – полиномы четных степеней V ; $Q(v)$ – полином нечетной степени V , без свободного члена.