21. *Бородакий Ю.В. ,Добродеев А.Ю., Пальчун Б.П.* Система технических регламентов для критических объектов информатизации. Журнал «Information Security/Информационная безопасность», 2004. – №3.

22. *Бородакий Ю.В. ,Добродеев А.Ю., Пальчун Б.П.* Общий технический регламент по обеспечению безопасности компьютерной инфосферы. Журнал «Information Security/Информационная безопасность», 2004. – № 5.

УДК 681.018

С.Н. Смирнов

МЕТОД ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИСТЕМ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ С ЗАДАННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ДОСТУПНОСТИ

Введение

Целью данной работы является разработка математической модели и метода получения временных характеристик процесса обработки данных в системе обработки данных как функции от известных параметров системы. В качестве математической модели автоматизированной системы обработки данных используется система массового обслуживания с одним обслуживающим прибором [1,2].

Основные результаты теории массового обслуживания связаны с получением вероятностных характеристик времен прохождения требований в системе при заданных характеристиках входящего потока и процесса обслуживания. При проектировании автоматизированных систем обработки информации обычно возникает, в некотором смысле, обратная задача, когда по заданным характеристикам входящего потока и заданным ограничениям на характеристики времен выполнения запросов, необходимо определить параметры процесса обслуживания, обеспечивающие выполнение заданных ограничений. В техническом здании на разработку системы обычно указываются допустимые средние задержки сообщений или квоты сообщений, время прохождения которых не должно превышать заданного порогового значения. Проектировщику необходимо за счет выбора управляемых параметров обеспечить реализацию временных характеристик обработки сообщений, которые определены требованиями технического задания.

В данной работе предполагается, что для входящих потоков запросов в систему известны интенсивности их поступления. Неопределенность представления проектировщика о входящем потоке отражается в предположении о дисперсии временного интервала между поступлениями соседних запросов, относимых к одному классу. Искомыми характеристиками системы массового обслуживания, моделирующей проектируемые АСОД, являются интенсивности обработки сообщений. Значения иных вероятностных характеристик времен обработки сообщений априорно неизвестны и проектировщик должен сформулировать некоторые предположения, необходимые для решения задачи определения интенсивности обработки сообщений, гарантирующей выполнение заданных временных ограничений.

Предположения проектировщика о вероятностных характеристиках времен обработки сообщений предлагается формулировать в форме задания единственной характеристики – коэффициента вариации соответствующей случайной величины. Предельное – нулевое – значение коэффициента вариации на содержательном уровне означает, что проектировщик предполагает одинаковое время обработки для всех запросов, относимых к одному классу. Более реалистические предположения о разбросе времен обработки запросов в монопольном режиме соответствуют большим значениям коэффициента вариации.

Решение задачи оценки временных характеристик проектируемой системы обработки информации предусматривает определение интенсивности обработки сообщений, гарантирующих выполнение ограничений на средние времена прохождения сообщений в системе, для следующих условий:

- простейший входящий поток для одного класса сообщений (система **M/G/1**);
- нескольких классов сообщений для бесприоритетной обработки и системы относительных приоритетов (система $\mathbf{M_n/G_n/1}$);
- произвольный входящий поток (система **G/G/1**).

Решение поставленных задач проведем в несколько этапов, в основном следуя работе [3].

1. Простейший входящий поток с одним классом сообщений

Обозначим класс случайных величин, обладающих функцией распределения с математическим ожиданием x и коэффициентом вариации $c = \sigma/x$ (коэффициентом вариации называют отношение квадратного корня из дисперсии к математическому ожиданию случайной величины [2]) через $\Theta(x,(cx)^2)$.

Рассмотрим одноканальную систему массового обслуживания, на вход которой поступает простейший поток требований интенсивностью λ, а время обслуживания требования является случайной величиной из класса $\Theta(x,(cx)^2)$. Всюду в дальнейшем, если не оговорено особо, будем считать, что определяется решение из области $\lambda x < 1$, и система массового обслуживания находится в стационарном режиме, который для данных условий существует [3].

Обозначим математическое ожидание случайной величины времени пребывания требования в системе (складывающееся из времени ожидания требованием начала обслуживания и времени обслуживания требования) через T.

Поставим следующую задачу. Для систем массового обслуживания рассматриваемого вида с временем обслуживания требований из класса $\Theta(x,(cx)^2)$ и для произвольного граничного значения математического ожидания случайной величины времени пребывания требования в системе T_0, указать такое значение x_0 математического ожидания случайной величины времени обслуживания требования, чтобы из условия $x \le x_0$ следовало бы $T(x,c) \le T_0$. Для удобства будем измерять T_0 в $1/\lambda$, то есть положим $T_0 = k/\lambda$, где k – безразмерный параметр.

Показано [3], что

$$x \le x_0 \quad \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{2k}{(k+1) + \sqrt{1 + 2kc^2 + k^2}} \ . \tag{1}$$

Содержательный смысл полученного результата состоит в том, что, если среднее время обслуживания требования не будет превосходить величину x_0, то среднее время пребывания сообщения в системе не превзойдет заданной величины $T = k/\lambda$. Таким образом, полученное в (1) значение является предельным или пороговым значением среднего времени обслуживания.

Рассмотрим отношение $\Delta(k,c^2)$ вычисляемого порогового значения для произвольного значения параметра c класса случайных величин времен обслуживания $\Theta(x,(cx)^2)$ к некоторому эталонному. В качестве эталона для сравнения выберем распределение времени обслуживания с параметром c = 1. Такой выбор может быть объяснен тем, что в качестве эталона может быть выбрано, в частности, показательное распределение времени обслуживания. Системы массового обслуживания с простейшим входящим потоком и показательным распределением времени обслуживания требования наиболее полно исследованны в научной литературе. Значение искомого отношения выражается формулой

$$\Delta(k,c^2) = \frac{2(k+1)}{(k+1)+\sqrt{1+2kc^2+k^2}}.$$

Легко убедиться, что $\Delta(k,c^2) = \Delta(\frac{1}{k},c^2)$ и в областях ($k \to 0$) или ($k \to \infty$) $\lim \Delta(k,c^2) = 1$; то есть в области очень жестких ограничений ($k \to 0$) или очень слабых ограничений ($k \to \infty$) на среднее время пребывания сообщения в системе, зависимость от вероятностных характеристик, связанных с вторым и более старшими моментами времени обслуживания, исчезающе мала.

Максимум функций $\Delta(k,c^2)$ достигается при k = 1 и равен

$$\Delta(1,\ c^2) = \frac{4}{\sqrt{2(1+c^2)}+2}. \tag{2}$$

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о том, что среднее время пребывания требования в системе равное 1/λ (то есть математическому ожиданию длины интервала между поступлением соседних требований) является экстремальным в следующем смысле. При задании заказчиком ограничения на значения среднего времени пребывания сообщения в системе T=1/λ вероятностные характеристики процесса обслуживания окажут наиболее существенное влияние на правильный выбор проектировщиком порогового значения среднего времени обслуживания сообщения в системе.

При изменении коэффициента вариации от 1 до 0 относительная ошибка в определении порогового значения времени обслуживания составляет:

$$(\Delta(1,0) - \Delta(1,1))\cdot 100\%) = (4/(2 + \sqrt{2}) \approx 17\%.$$

Иными словами, если задано, что среднее время пребывания требования в системе не должно превышать 1/λ, то предполагая, что распределение времени обслуживания – экспоненциальное, тогда как в действительности оно детерминированное, проектировщик получит предельное значение среднего времени обслуживания на 17% меньше, чем это нужно было бы при точном знании коэффициента вариации времени обслуживания. В некотором смысле такое ужесточение задания на проектирование системы – это плата за недостаточно точное знание одной из вероятностных характеристик времени обслуживания требования в ней.

Непосредственно из формулы (2) следует, что при c > 1 ошибка определения предельно допустимого времени обработки может быть сколь угодно большой.

Причем в отличие от случая $c < 1$, ошибка связана с превышением предельно допустимого времени обработки, а значит и с получением времен прохождения требований в системе хуже заданных. В то же время следует отметить, что большой коэффициент вариации обычно связан с наличием на фоне основной массы требований сравнительно редко встречающихся требований, обладающих значительным временем обработки. Если такая ситуация имеет место, то обычно применяются специальные дисциплины обслуживания, в частности, дисциплина разделения процессора.

Таким образом, если проектировщик предполагает, что коэффициент вариации меньше, чем он есть на самом деле, возникает ошибка в определении предельно допустимого времени обработки требований. Представляется, что причиной возможных ошибок при прогнозировании средних задержек в проектируемых системах обработки данных может быть отсутствие правильного учета влияния характеристик второго порядка времени обслуживания сообщений, подобного приведенному выше.

2. Произвольный входящий поток

Поставим следующую задачу. Для систем массового обслуживания рассматриваемого вида **G/G/1** с временем обслуживания требований из класса $\Theta(x,(cx)^2)$ и для произвольно задаваемого граничного значения T_0, указать такое значение x_0 математического ожидания случайной величины времени обслуживания требования, чтобы из условия $x \le x_0$ следовало $T(x,c) \le T_0$. Как предложено ранее, будем измерять T_0 в $1/\lambda$, то есть положим $T_0 = k/\lambda$, где k – безразмерный параметр.

Для системы рассматриваемого вида не известно точных формул для выражения среднего времени ожидания через моменты случайных величин, характеризующих входящий поток требований и процесс обслуживания. Поэтому подход, подобный изложенному в разделе 1 статьи, для данной задачи неприменим. Для построения требуемой оценки можно воспользоваться известным неравенством Кингмана, справедливым для систем массового обслуживания **G/G/1** вида [2].

Обозначим через W – среднее время ожидания, а через σ_A^2, σ_B^2 – дисперсии случайных величин интервалов между временами поступления требований в систему и временами обслуживания соответственно. В данных обозначениях неравенство Кингмана имеет вид

$$W \le \frac{\lambda(\sigma_A^2 + \sigma_B^2)}{2(1-\lambda x)} ,$$

причем неравенство приближается к точному равенству при $\lambda x \to 1$.

Обозначим $c_B^2 = \dfrac{\sigma_B^2}{x^2}$ и $c_A^2 = \dfrac{\sigma_A^2}{x^2}$. В [3] показано, что для области $k \ge \dfrac{c_A^2}{2}$ требуемое значение x_0 задается формулой

$$x_0 = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{2k - c_A^2}{(k+1) + \sqrt{(k+1)^2 - (2-c_B^2)(2k-c_A^2)}}. \tag{3}$$

Формула (3) дает приближенную, пессимистическую оценку предельного среднего времени обработки требования, гарантирующего непревышение заданного времени обслуживания. Как недостаток полученной оценки можно отметить тот факт, что оценка существует не для всех значений параметров входного потока сообщений. Область существования решения, задаваемая неравенством $k \geq \frac{c_A^2}{2}$, может рассматриваться как количественная характеристика возможности применения для решения данной задачи асимптотической оценки Кингмана.

Соотношение (3) позволяет количественно оценить обоснованность требований, формулируемых проектировщиком по необходимому среднему времени обработки сообщения в зависимости от риска, связанного с невозможностью точно определить дисперсию интервалов между поступлениями сообщений и дисперсию времени обработки сообщений.

3. Бесприоритетная обработка нескольких классов требований

Поставим следующую задачу. Для систем массового обслуживания $\mathbf{M_m/G_m/1}$ с временем обслуживания требований i-го класса из $\Theta(x_i,(c_i x_i)^2)$ и для произвольных граничных значений математических ожиданий случайных величин времени пребывания требования в системе $T^0_1, T^0_2 \ldots T^0_m$, указать такие значения $x^0_1, x^0_2 \ldots x^0_m$ математических ожиданий случайных величин времени обслуживания требования i-го класса, чтобы из условия $x_i \leq x^0_i$ следовало бы $T_i(x_i,c_i) \leq T^0_i$.

Решение задачи может быть всегда получено за счет выбора достаточно близких к 0 значений x^0_i ($i = 1 \ldots m$). Поэтому существует определенный произвол в выборе решения. Будем искать решение в классе $x^0_i = aT^0_i$, где a – положительный параметр, выбор которого будет определен позднее.

На содержательном уровне рассматриваемый класс решений определяется правилом выбора средних времен обработки требований пропорциональными значениям максимально допустимых времен пребывания требований в системе.

Введем обозначения:

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i T_i = \sigma_1,$$

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i T_i^2 (c_i + 1)^2 = \sigma_2.$$

В [3] доказано, что можно выбрать произвольное a, удовлетворяющее системе неравенств:

$$0 \leq a \leq \frac{2}{(\sigma_1 + 1) + \sqrt{(1-\sigma_1)^2 + 2\sigma_2 / \mathrm{T_i}}} \qquad i = 1 \ldots m. \tag{4}$$

Окончательно получаем, что значение среднего времени обработки требования i-го класса может быть определено (после выбора параметра a) по формуле $x^0_i = aT^0_i$ $i = 1 \ldots m$.

4. Несколько классов требований с относительными приоритетами

Следующим обобщением исходной постановки задачи, которое будет рассмотрено в статье, является введение приоритетной дисциплины обслуживания. Одной из наиболее простых для анализа и часто применяемой на практике приоритетной дисциплиной обслуживания является схема относительных приоритетов.

Поставим следующую задачу. Для систем массового обслуживания $\mathbf{M_m/G_m/1}$ с относительными приоритетами с временем обслуживания требований i-го класса из $\Theta(x_i,(c_i x_i)^2)$ и для произвольных граничных значений математических ожиданий случайных величин времени пребывания требования в системе $\overset{0}{T}_1, \overset{0}{T}_2 \dots \overset{0}{T}_m$, указать такие значения $\overset{0}{x}_1, \overset{0}{x}_2 \dots \overset{0}{x}_m$ математических ожиданий случайных величин времени обслуживания требования i-го класса, чтобы из выполнения условий $x_i \le \overset{0}{x}_i$ следовало $T_i(x_i,c_i) \le \overset{0}{T}_i$.

Введем обозначения

$$\sum_{i=1}^{j} \lambda_i T_i = \sigma_1(j), \quad \sum_{i=1}^{m} \lambda_i T_i^2 (c_i+1)^2 = \sigma_2$$

Проведя исследование данной системы по схеме, изложенной в разд. 3, окончательно получаем систему неравенств для выбора значения параметра

$$0 \le a \le \frac{2}{(\sigma_1(i)+1) + \sqrt{(1-\sigma_1(i))^2 + 2\sigma_2 / \mathrm{T_i}}}, \quad i = 1 \dots m. \tag{5}$$

Для выполнения условия существования стационарного режима системы на значение параметра a дополнительно накладывается условие

$$a < \frac{1}{\sigma_1(m)}. \tag{6}$$

Выбирая значения параметра a, удовлетворяющие неравенствам (5) и (6), получаем решение поставленной задачи. Если средние времена обработки требований будут не больше значений, рассчитываемых как $\overset{0}{x}_i = a\overset{0}{T}_i$ (i=1…m), то можно утверждать, что средние времена прохождения требований в системе не превысят заданных величин $\overset{0}{T}_i$ (i=1…m). Требуемые для выполнения этого условия значения интенсивности обработки данных определятся как $\mu_i = 1/\overset{0}{x}_i$ (i=1…m).

Формула (6) дает количественное выражение интуитивно ясного свойства систем массового обслуживания: увеличение коэффициента вариации времени обслуживания требования приводит к ужесточению временных требований к системе.

5. Влияние ненадежной работы оборудования на выбор интенсивности обработки запросов

Проведение предшествующего анализа основывалось на предположении о том, что при наличии сообщения в системе всегда выполняется его обслуживание. В действительности могут происходить отказы оборудования, приводящие к временным задержкам, требующимся на восстановление работоспособности системы. Учет такого рода задержек должен привести к более жестким требованиям на рассчитываемые значения интенсивности обработки сообщений. Цель данного раздела – представить формулу, определяющую необходимые значения интенсивности обработки сообщений (или среднего времени обработки), которые обеспечат требуемые значения средних задержек на обслуживание с учетом ненадежной работы оборудования.

Рассмотрим в качестве модели отказов поток требований высшего приоритета, поступающих на вход системы массового обслуживания, моделирующей систему обработки данных. Обслуживание в рассматриваемой системе происходит по схеме абсолютных приоритетов, то есть при поступлении в систему требования высшего приоритета (моделирующего отказ системы) прекращается обслуживание требования, находящегося в системе и начинается «обработка» отказа, то есть временная задержка, необходимая для восстановления системы. Для простоты анализа будем считать, что после восстановления системы обслуживание прерванного требования начинается с точки, на которой произошло прерывание.

Обозначим интенсивность потока отказов λ_0, время восстановления системы после отказа характеризуется средним значением β и коэффициентом вариации c_0. Интенсивность поступления простейшего потока сообщений в систему обозначим λ_1, а время обслуживания требования распределено по закону со средним значением x и коэффициентом вариации c. Обозначим среднее время пребывания требования в системе через T. Для удобства как и ранее будем измерять T в $1/\lambda_1$, то есть положим $T = k/\lambda_1$, где k – безразмерный параметр.

Известно [4], что среднее время пребывания требования неприоритетного класса в системе дается соотношением

$$\frac{x}{1-\lambda_0\beta}+\frac{\lambda_0\beta^2(1+c_0^2)+\lambda_1 x^2(1+c^2)}{2(1-\lambda_0\beta)(1-\lambda_0\beta-\lambda_1 x)}=\frac{k}{\lambda_1}. \tag{7}$$

Введем обозначения:

$$\rho_0 = 1 - \lambda_0\beta;\ \delta = \lambda_0\lambda_1\beta^2(1+c_0^2).$$

Решая уравнение (7) относительно x, получаем

$$x=\frac{1}{\lambda_1}\cdot\frac{2k\rho_0^2}{\overline{\rho}(k-1)+\sqrt{(1+2kc^2+k^2)\rho_0^2-\delta(c^2-1)}}. \tag{8}$$

Соотношение (8) дает значение среднего времени обработки сообщения, гарантирующее заданное среднее время прохождения сообщений в системе с учетом ненадежной работы системы. Анализ формулы (8) дает количественное выражение интуитивно ясного факта ужесточения требований к временным характеристикам системы, связанным с учетом возможных сбоев системы. Область существования решения поставленной задачи определяется неравенством

$$k>\frac{\lambda_0\lambda_1\beta^2(1+c_0^2)}{2(1-\lambda_0\beta)}, \tag{9}$$

конечно, при условии, что $1 - \lambda_0\beta > 0$.

Сделав определенные предположения о характеристиках потока отказов системы обработки сообщений, проектировщик может по формуле (8) определить необходимое значение среднего времени обработки сообщений, которое обеспечит заданные средние временные характеристики процесса обработки данных с учетом ненадежной работы системы.

Выводы

1. Формально поставлена и решена задача определения интенсивности обработки сообщения, гарантирующей выполнение заданных ограничений на среднее время задержек обработки запросов в системе. Получено точное решение для системы **M/G/1** и приближенное решение для системы **G/G/1**. Предложен вариант решения задачи для системы $\mathbf{M_n/G_n/1}$ с бесприоритетной дисциплиной обслуживания и системой относительных приоритетов.

2. Формально поставлена и решена задача учета влияния предположения о ненадежной работе оборудования на определение интенсивности обработки сообщений, гарантирующей выполнение заданных ограничений на среднее время задержек обработки запросов в системе.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А.* Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета. – М.: Наука, 1989. – 336 с.

2. *Клейнрок Л.* Вычислительные системы с очередями – М.: Мир, 1979. – 600 с.

3. *Смирнов С.Н.* Метод проектирования систем с заданными задержками обслуживания. // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия “Прикладная и компьютерная математика”. – М.: Изд-во Российского университета дружбы народов, 2003. Т.2. – № 1. – С. 52-67.

4. *Cohen J.W.* The single-server queue. – NY: Prentice-Hall, 1969. – 736 p.

УДК 004.942

А.П. Росенко

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНУТРЕННИХ УГРОЗ НА БЕЗОПАСНОСТЬ КОНФИДЕНЦИАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ, ЦИРКУЛИРУЮЩЕЙ В АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ*

1. Актуальность проблемы

Известно, что аппарат теории марковских случайных процессов широко используется при исследовании поведения различных технических систем [1,2]. В [3] показано, что марковские случайные процессы могут быть использованы и для оценки влияния внутренних угроз на безопасность конфиденциальной информации. Актуальность указанной проблемы связана с тем, что, как показывает анализ [4,5], от 65 до 85% всех реализованных угроз обусловлено внутренними угрозами. Однако отсутствие системных исследований в этой области существенно усложняет процедуру установления причинно-следственных связей, возникающих в человеко-машинной информационной системе в процессе воздействия на нее дестабилизирующих факторов различной природы [3,4]. Это связано с тем, что после воздействия на автоматизированную информационную систему (АИС) внутренних

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 06-01-00020а.