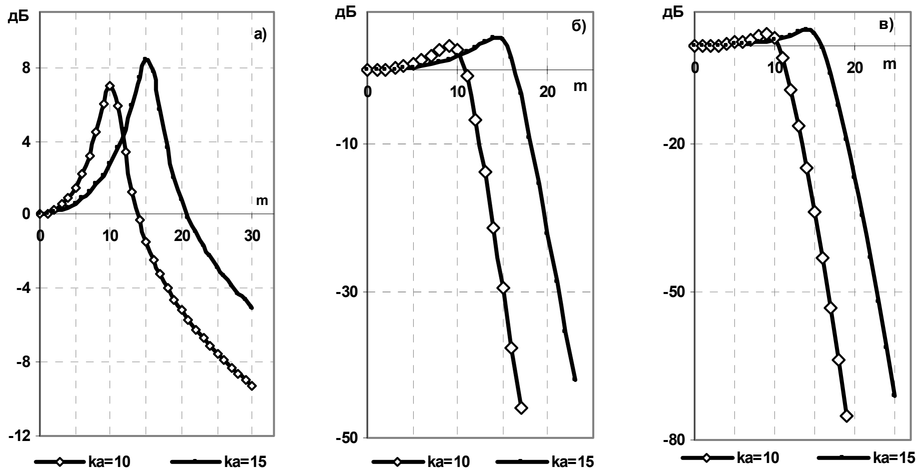

Рис. 1. Динамика изменения модуля передаточной функции с ростом номера гармоник m для волновых радиусов излучающей сферы ka=10 и ka=15; а –излучающая поверхность; б – ближняя зона; в – дальняя зона

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 286 с.
2. *Жуков В.Б.* Расчет гидроакустических антенн по диаграмме направленности. – Л.: Судостроение, 1977. – 184 с.
3. *Клещев А.А., Клюкин И.И.* Основы гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1987. – 224 с.
4. *Сальников Б.А., Сальникова Е.Н.* Использование аппарата передаточных функций для исследования процессов формирования звуковых полей непрозрачными антеннами // Сб. тр. XX сессии РАО / Распространение и дифракция волн. – М: ГЕОС, – 2008.

УДК 534.143, 536.242

И.В. Тимошенко

К ВОПРОСУ О МОДЕЛИРОВАНИИ ВОЗДЕЙСТВИЯ УЛЬТРАЗВУКА НА ПРОЦЕСЫ ТЕПЛОМАССООБМЕНА

Использование ультразвука в терапевтических целях является перспективной и интенсивно развивающейся областью современной медицины. Одним из механизмов воздействия ультразвука на биологическую ткань является интенсификация массообменных процессов через перепонки. Благодаря этому усиливается обмен веществ, повышаются регенераторные и регуляторные функции тканей. Кроме того, ультразвук может действовать как физический катализатор, ускоряя процессы (например, обмен веществ путём диффузии), которые в нормальных условиях протекают медленно [1]. Ещё одним фактором воздействия ультразвука является его существенное влияние на теплообменные процессы в биологических тканях [1]. Экспериментальное исследование механизмов этих явлений представляет интерес для использования полученных результатов при разработке новых методов лечения и диагностики. В силу того, что подобные явления носят, как правило, нелинейный характер и учёт их связан с существенными математическими трудностями, представляют также интерес вопросы их математического и физического моделирования с целью получения расчётных соотношений, применимых на практике. Следует отметить, что основные закономерности тепло- и массообменных процессов, расчётные соотношения, описывающие их динамику, сходны, а сами процессы определяются как процессы с диффузной кинетикой.

Связь между величинами, участвующими в передаче теплоты за счёт явления молекулярной теплопроводности, можно показать на примере дифференциального уравнения переноса тепла для одномерного случая:

$$\partial T/\partial t = \chi \cdot \partial^2 T/\partial x^2 \ , \qquad ((1)$$

где T – температура, χ – температуропроводность среды.

Для описания явления массообмена, происходящего в системе за счёт явления молекулярной диффузии, используют уравнение сходного вида, записанное относительно основных параметров массообмена:

$$\partial C/\partial t = D \cdot \partial^2 C/\partial x^2 \ , \qquad ((2)$$

где C – объёмная концентрация, D – коэффициент молекулярной диффузии.

При решении краевых задач и формулировке равенства тепловых потоков (потоков массы) на границе раздела сред используют значение коэффициента переноса тепла (массы) через границу. Такое условие для уравнения ((1) запишется как:

$$-\alpha\left(\partial T/\partial x\right)_l = \lambda \Delta T \ , \qquad ((3)$$

где $\lambda = Q/_{\Delta TS}$ – коэффициент теплопереноса, Q – количество тепла, отдаваемого (или получаемого) поверхностью тела в единицу времени, $\Delta T > 0$ – разница между температурой поверхности тела и температурой газа (жидкости) вне пограничного слоя, S – площадь поверхности контакта.

Для уравнения ((2) такое условие будет иметь вид

$$-D\left(\partial C/\partial x\right)_l = \beta \Delta C \ . \qquad (4)$$

где $\beta = J/\Delta CS$ – коэффициент массопереноса, J– поток массы, $\Delta C > 0$ – разность объёмных концентраций между слоем на поверхности твёрдого тела и жидкостью.

В общем случае интенсивность тепло- и массообмена определяется термодинамическими параметрами сред, геометрией границы раздела и характером гидродинамических потоков, возникающих в жидкости под воздействием различных сил. Для случая конвективного теплопереноса наибольшее влияние на процесс оказывают явления, происходящие в жидкости в непосредственной близости от границы раздела фаз, где за счёт вязкости характер потоков носит ламинарный характер и распределение скорости линейно, независимо от характера конвекции. Поэтому при рассмотрении термодинамической системы, состоящей из жидкости, контактирующей с твёрдым телом, выделяют область пограничного слоя, толщиной δ, непосредственно прилегающую к границе твёрдого тела со стороны жидкости. Максимальная скорость потока на краю пограничного слоя имеет значение, близкое к максимальной скорости для данных условий, при которой движение жидкости еще носит ламинарный характер (для воды: Re $\approx$ 1000). Увеличение скорости гидродинамических потоков относительно этой величины не даёт существенного увеличения скорости в пограничном слое и, следовательно, мало влияет на скорость тепло- и массообмена. Эксперименты подтверждают качественный характер этого явления.

При исследовании явления интенсификации тепло- и массообмена в ультразвуковом поле интересно рассмотрение эффекта возникновения мелкомасштабных вихревых потоков, возникающих в жидкости на границе с твёрдой стенкой в звуковом поле большой мощности и турбулизирующих пограничный слой. Аналитические выражения для распределения скорости в таких потоках для пограничного слоя были получены Шлихтингом [3] для стоячей волны. Вблизи границы тангенциальная компонента скорости потока имеет вид

$$\overline{v_x''} = -{v_0^2}\big/{4c_0}\,(\mu - \mu^2)\sin 2kx; \qquad ((5)$$

При нахождении величины коэффициентов тепло- и массопереноса в условиях акустической конвекции, учитывая подобие рассматриваемых обменных процессов, целесообразно привести размерности искомых коэффициентов к одному виду, для чего перейти от рассмотрения коэффициента теплопереноса к нормированному коэффициенту теплопереноса в виде

$$\zeta = \lambda / \rho C_V \,, \qquad ((6)$$

где ρC_V – объёмная теплоёмкость среды как произведение удельной плотности на удельную теплоёмкость при постоянном объёме.

Используя методику анализа размерности, можно получить выражение для искомой величины в общем виде. Исходя из формулы (1)и выражения для тангенциальной составляющей скорости акустического потока (5), можно определить, что искомые коэффициенты теплопереноса в условиях акустической конвекции будет зависеть от следующих определяемых параметров:

$$\zeta = F(\upsilon, f, \chi, \gamma, c_0)\,. \qquad ((7)$$

Для случая массопереноса аналогичное выражение будет иметь вид

$$\beta = F(\upsilon, f, D, \gamma, c_0)\,, \qquad ((8)$$

Размерности искомых коэффициентов, а также размерности параметров, входящих в их функциональное определение, одинаковы, поэтому их решения будут иметь аналогичный вид. Рассмотрим для примера задачу об определении нормированного коэффициента теплопереноса.

Следуя методике, можно получить результат в виде произведения исходных параметров, представленных их размерностями, в некоторых степенях:

$$\zeta = A \cdot \mathrm{Pr}^{-c} \cdot \left(\upsilon_0 / \sqrt{f\gamma}\right)^a \cdot \left(c_0 / \sqrt{f\gamma}\right)^k \sqrt{f\gamma}\,, \qquad ((9)$$

где $\mathrm{Pr} = \gamma / \chi$ – критерий Прандтля, р – звуковое давление.

Численные значения коэффициентов a, c и k можно определить путём математического моделирования аналитически или экспериментально, исследуя физическую модель.

Для аналитического определения искомых коэффициентов нужно решить краевую задачу для уравнения пограничного слоя (уравнение Прандтля), записанного относительно рассматриваемой величины. Для температуры оно будет иметь вид

$$v_x \cdot \partial T/\partial x + v_y \cdot \partial T/\partial y = \chi \cdot \partial^2 T/\partial x^2\,. \qquad ((10)$$

Граничные условия для него запишутся

$$\begin{aligned} &1)\ \text{при } x = 0, \quad T = T_{cm.} = T_2 - T_1; \\ &2)\ \text{при } x \to \infty, \ \lim_{x\to 0} T(x) = 0\,. \end{aligned} \qquad ((11)$$

Для решения сформулированной задачи удобно воспользоваться переменной «функция тока» такой, что $\psi = const$ – линия тока (подстановка Мизеса) [2]. Такая подстановка позволит упростить исходное уравнение, за счёт исключения нормальной составляющей скорости потока. Полученное уравнение будет иметь вид:

$$\partial T/\partial y = \chi \cdot \partial/\partial\psi \left(v_y \cdot \partial T/\partial\psi\right). \qquad ((12)$$

В соответствии с условиями рассматриваемой задачи подставим в уравнение ((12) выражение ((5) для тангенциальной составляющей скорости акустического потока в вязком пограничном слое. С учётом того, что $x' = \psi / v_y$, где $x' = x - l$ – относительная координата, оно будет иметь вид

$$v_y = -(\upsilon_0/2)\left(\left(\sqrt{\sin 2ky}\sqrt{\psi}\right)/\sqrt{c_0\delta}\right). \qquad ((13)$$

Подстановка ((13) в ((12) дает уравнение

$$\left(1/\sqrt{\sin 2ky}\right)\partial T/\partial y = -\left(1/\sqrt{c_0\delta}\right)(\upsilon_0\chi/2)\partial/\partial\psi\left(\psi^{1/2}\cdot\partial T/\partial\psi\right). \qquad (14)$$

Это уравнение в частных производных по двум переменным y и ψ . Для сокращения количества переменных и, таким образом, преобразования уравнения (14) к виду обыкновенного дифференциального уравнения, предположим, что рассматриваемая физическая система обладает свойством автомодельности. Тогда вместо переменных y и ψ можно ввести некоторую безразмерную переменную, такую, что:

$$T(y,\psi) = T(\xi), \qquad ((15)$$

где $\xi = A(Y(y))^{\alpha}(U(\psi))^{\beta}$ – безразмерный комплекс функциональных параметров с постоянными коэффициентами.

В общем случае определить набор величин, определяющий ξ , можно, решив нелинейную задачу на собственные функции для уравнения (14). Для рассматриваемого случая существует четыре безразмерных комплекса, при которых задача имеет корректные и аналогичные решения, один из которых имеет вид

$$\xi = \sqrt{\psi}\cdot\upsilon_0\delta\sqrt{\sin 2ky}\Big/\chi\sqrt{c_0\delta} \; . \qquad ((16)$$

После подстановки ((16) в (14) , путём преобразований можно получить уравнение

$$d^2T/d\xi^2 + a\xi^2\cdot dT/d\xi = 0\,, \qquad ((17)$$

где $a = 8c_0^2\chi^2 k\cos 2ky/\upsilon_0^4\delta\sin^3 2ky$.

Полученное уравнение ((17) – обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, решая которое с учётом граничных условий, можно получить

$$T\big|_{x=0} = T_{cm} - T_{cm}\left(\sqrt[3]{a}/2.58\right)\left(\upsilon_0{}^2\sin 2ky/c_0\chi\right)\cdot x\,. \qquad ((18)$$

Продифференцировав ((18) по x и проведя прямые преобразования, можно выразить среднюю по периоду вихревой структуры плотность тока тепла на границе в виде

$$\bar{j} = -1{,}096\cdot T_{cm.}\Omega\cdot\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sqrt[3]{|\cos 2ky|}\,dky = -0{,}903\cdot T_{cm.}\Omega\,, \qquad (19)$$

где $\Omega = \sqrt[3]{\upsilon_0^2\chi^2 k/c_0\delta}$ [м/с].

Выразив Ω через безразмерные комплексы параметров, получим:

$$\bar{j} = -2{,}014\cdot\left(\upsilon_0/\sqrt{f\gamma}\right)^{2/3}\left(c_0/\sqrt{f\gamma}\right)^{-2/3}(\gamma/\chi)^{-2/3}\cdot\sqrt{f\gamma}\;. \qquad (20)$$

Отсюда можно выразить осреднённый коэффициент переноса относительно температуры:

$$\zeta = \bar{j}/T_{cm.} = 2{,}014\cdot \mathrm{Pr}^{-2/3}\cdot\left(\upsilon_0/\sqrt{f\gamma}\right)^{2/3}\left(c_0/\sqrt{f\gamma}\right)^{-2/3}\sqrt{f\gamma}\;, \qquad (21)$$

где $\mathrm{Pr} = \gamma/\chi$ – критерий Прандтля. В таком виде он не отличается по форме от выражения ((9). Значение коэффициента теплопереноса из полученного выражения можно получить, воспользовавшись соотношением ((6). При переходе к рассмотрению явлений массопереноса нужно воспользоваться соответствующим выражением для критерия Прандтля: $\Pr = \gamma / D$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Хил К.* Применение ультразвука в медицине. Физические основы. – М: Мир, 1989.
2. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Вычислительная теплопередача. – М: УРСС, 2003.
3. Губко Л.В., Каневский И.Н., Тимошенко И.В. Учёт влияния вихревых акустических потоков на процессы тепломассопереноса // Сборник трудов XVIII сессии Российского акустического общества. – Т.2. – М., – 2006.

УДК 534.843.2

С.Е. Шевцов

ДОПУСТИМОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ ЭФФЕКТИВНОГО СРОКА ОГИБАЮЩЕЙ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ В ОБЫЧНЫХ УСЛОВИЯХ СЦЕНЫ

В акустическом проектировании параметр Δt_1 играет ключевую роль [1,3], так как он связывает объективные характеристики зала, заложенные в структуре первых отражений, с субъективным восприятием. Он определяется следующим образом:

$$\Delta t_1 = (1 - \log 10\, A_1)\ \tau_e,$$

где τ_e – эффективный срок автокорреляционной функции сигнала, а A_1 – амплитуда отражения. Параметр τ_e находят из сигналов записанных музыкальных произведений следующим образом: музыкальный коллектив, оркестр или солист располагается в заглушенном помещении. Существуют позиции установки микрофонов двух типов: в метре от дирижёра (стереопара) или локальная – по микрофону у каждой группы инструментов (или пультов) [4]. Параметр τ_e получают, используя БПФ и теорему Винера–Хинчина (1), [5].

Влияние акустических условий не заглушенной камеры, а обычной сцены было исследовано [2]. При расположении источника вблизи хорошо отражающей стены полученные значения τ_e выше, чем при расположении источника в условиях свободного поля. В данной статье представлены исследования τ_e сигналов, полученных от источника, располагаемого в центре и по краям сцены театрального зала с типичными размерами. Результаты сравниваются со значением τ_e, полученным в заглушенной камере. В качестве источника сигнала использовался стартовый пистолет. Место действия эксперимента – театральная сцена концертно-театрального центра «Югра-Классик» в г. Ханты-Мансийске. Размеры сцены: глубина – 18,5 м; ширина – 26,5 м: высота – 23 м. Общий объём помещения равен 10 060 м^3. Вдоль стен сцены подвешены кулисы и задник из плотного велюра (0,475 кг/м^2). Запись выстрелов на PCM цифровой магнитофон производилась при помощи измерительного микрофона на 5 точках (рис. 1). Характеристики сэмплирования сигнала – 16 бит, 44 100 Гц. Полученные wave файлы были обработаны программой AIST для получения огибающей ACF – τ_e (рис 2 – 6), при помощи БПФ, с использованием теоремы Винера-Хинчина:

$$\Phi_p(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega, \tag{1}$$