

Б.А. Сальников, Е.Н. Сальникова

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛЯ ДАВЛЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ АППАРАТА ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Одной из актуальных задач как в биомедицинском приборостроении, в котором в качестве зондирующего излучения используется ультразвук, так и в гидроакустике, является задача формирования заданных угловых распределений поля давления на фиксированных расстояниях от излучающей поверхности. Такая задача сводится к определению функции возбуждения нормальной составляющей колебательной скорости на излучающей поверхности в зависимости от заданного углового распределения поля давления. Эта задача является некорректной задачей математической физики и сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода. Основные методы решения таких задач основаны на применении регуляризации по Тихонову [1,2] и по своей сути являются вариационными, а эффективность их применения в основном зависит от оптимальности выбора вычислительного алгоритма и мощности применяемых программно-аппаратных средств.

Предложенный в данной статье метод основан на формализме линейной теории фильтров. Процесс формирования поля давления на криволинейной излучающей поверхности, совпадающей с поверхностью постоянной координаты в координатных системах, в которых уравнение Гельмгольца допускает разделение переменных, в ближней и дальней зонах моделируется как воздействие нормальной составляющей функции возбуждения колебательной скорости на «чёрный ящик», представляющей собой систему: «излучающая поверхность – среда распространения ультразвуковых колебаний». Сравнительный анализ аналитических выражений для модуля передаточной функции такой системы на излучающей поверхности в ближней и дальней зонах позволяет исследовать основные закономерности процессов трансформации гармоник Фурье функции возбуждения колебательной скорости с излучающей поверхности в гармоники Фурье поля давления в зависимости от волновых размеров излучателя и количества суммируемых гармоник в конечном аналитическом выражении для функции углового распределения реализованного поля давления.

Известно [3], что структура конечных выражений решения уравнения Гельмгольца, найденного методом разложения в ряд по собственным функциям для акустических излучателей с криволинейной замкнутой аналитической поверхностью, идентичны, а связь между гармониками Фурье поля давления и гармониками нормальной составляющей функции возбуждения колебательной скорости на излучающей поверхности определяется соотношением

$$A_j = a_j \cdot \Xi_j(kr) / \Xi'_j(ka), \quad (1)$$

где A_j – гармоники Фурье поля давления, $\Xi_j(kr)$ – собственные функции уравнения Гельмгольца, записанного в соответствующей криволинейной системе координат, $\Xi'_j(ka)$ – производная по аргументу собственной функции уравнения Гельмгольца на излучающей поверхности, ka – волновой радиус для кругового цилиндра и сферы. Во избежание путаницы в обозначениях, здесь и далее там, где идет речь об обобщенных выражениях, применимых для излучателей любой конфигурации, суммирование ведется по индексу j , а при рассмотрении цилиндрических излучателей по индексу n и сферических – по индексу m .

Действительно, поле давления цилиндрического излучателя в азимутальной плоскости при гармонической зависимости от времени $\exp(-i\omega t)$ может быть представлено в виде

$$p(r, \varphi) = i\rho c \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a_n \cdot H_n^{(1)}(kr)}{H_n^{(1)'}(ka)} \exp(in\varphi), \quad (2)$$

где $i = \sqrt{-1}$, ρc – импеданс среды распространения ультразвуковых колебаний, $H_n^{(1)}(kr)$, $H_n^{(1)'}(ka)$ – цилиндрические функции Ханкеля 1-го рода и их производные по аргументу, a_n – заданные коэффициенты гармоник функции возбуждения колебательной скорости поверхности излучателя волнового радиуса ka , а поле давления зонального сферического излучателя в виде

$$p(r, \theta) = i\rho c \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a_m \cdot h_m^{(1)}(kr)}{h_m^{(1)'}(ka)} \cdot P_m(\cos \theta), \quad (3)$$

где $h_m^{(1)}(kr)$, $h_m^{(1)'}(ka)$ – сферические функции Ханкеля 1-го рода и их производные по аргументу, $P_m(\cos \theta)$ – полиномы Лежандра, a_m – заданные коэффициенты гармоник функции возбуждения колебательной скорости поверхности излучателя волнового радиуса ka .

Представим гармоники Фурье поля давления (1) в виде

$$A_j = \tilde{G}_j(kr, ka) \cdot a_j, \quad (4)$$

где $\tilde{G}_j(kr, ka)$ – комплексная передаточная функция системы «излучающая поверхность – среда распространения ультразвуковых колебаний»

$$\tilde{G}_j(kr, ka) = G_j(ka, kr) \cdot \exp[i \cdot g_j(ka, kr)], \quad (5)$$

где амплитудная $G_j(ka, kr)$ и фазовая $g_j(ka, kr)$ характеристики передаточной функции (5) определяются соответственно

$$G_j(ka, kr) = \left| \Xi_j(kr) \cdot \left| \Xi_j'(ka) \right|^{-1} \right|, \quad (6)$$

$$g_j(ka, kr) = \arg[\Xi_j(kr)] - \arg[\Xi_j'(ka)] + \pi/2, \quad (7)$$

Модуль передаточной функции на поверхности цилиндрического излучателя, в ближней (на расстоянии одной длины волны от излучающей поверхности) и в дальней зонах определится, соответственно, в виде

$$G_n^{\text{нов}}(ka) = \left| H_n^{(1)}(ka) \right| \cdot \left| H_n^{(1)'}(ka) \right|^{(-1)}, \quad (8)$$

$$G_n^{\text{бл}}(ka + 2\pi) = \left| H_n^{(1)}(ka + 2\pi) \right| \cdot \left| H_n^{(1)'}(ka) \right|^{(-1)}, \quad (9)$$

$$G_n^{\text{дал}}(ka) = \left| H_n^{(1)'}(ka) \right|^{(-1)}, \quad (10)$$

а для сферического излучателя в виде

$$G_m^{\text{нов}}(ka) = \left| h_m^{(1)}(ka) \right| \cdot \left| h_m^{(1)'}(ka) \right|^{(-1)}, \quad (11)$$

$$G_m^{\text{бл}}(ka + 2\pi) = \left| h_m^{(1)}(ka + 2\pi) \right| \cdot \left| h_m^{(1)'}(ka) \right|^{(-1)}, \quad (12)$$

$$G_m^{\text{дал}}(ka) = \left| h_m^{(1)'}(ka) \right|^{(-1)}. \quad (13)$$

В новых обозначениях поле давления цилиндрического излучателя, включая излучающую поверхность, определится как

$$P(r, \varphi) = \rho c \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n(ka, kr) \cdot \exp[i g_n(ka, kr)] \cdot a_n \cdot \exp(in\varphi), \quad (14)$$

а сферического в виде

$$P(r, \theta) = \rho c \sum_{m=0}^{\infty} G_m(ka, kr) \cdot \exp[i g_m(ka, kr)] \cdot a_m \cdot P_m(\cos\theta), \quad (15)$$

На рис. 1 в логарифмическом масштабе приведены нормированные зависимости изменения модуля передаточной функции при увеличении номера гармоник для различных волновых размеров сферического излучателя. По оси ординат на рис. 1 отложены значения для излучающей поверхности: $20 \cdot \text{Lg}[G_m^{\text{пов}}(ka)/G_0^{\text{пов}}(ka)]$; для ближней зоны (на расстоянии одной длины волны от излучающей поверхности): $20 \cdot \text{Lg}[G_m^{\text{бл}}(ka+2\pi)/G_0^{\text{бл}}(ka+2\pi)]$ и для дальней зоны: $20 \cdot \text{Lg}[G_m^{\text{дал}}(ka)/G_0^{\text{дал}}(ka)]$.

Непосредственное исследование амплитудной характеристики передаточной функции показывает, что процесс трансформации гармоник функции возбуждения с излучающей поверхности в гармоники поля давления аналогичен прохождению сигнала через низкочастотный фильтр, причём «частота среза» – количество гармоник функции возбуждения без подавления, трансформирующихся в гармоники поля давления, определяются лишь волновыми размерами сферического излучателя. Аналогичные результаты были получены для цилиндрических излучателей в [4].

Для решения обратной задачи формирования на расстоянии $r=r_0$ заданного нормированного углового распределения поля давления, гармоники Фурье функции возбуждения должны быть равны гармоникам Фурье этого распределения, помноженным на фазовую характеристику передаточной функции (7) с обратным знаком, для нейтрализации дифракционных эффектов на непрозрачной излучающей поверхности. Угловое нормированное распределение реализуемого поля давления на расстоянии $r=r_0$ определится выражением

$$F_M^*(\theta) = \alpha^{-1} \sum_{m=0}^M \left| h_m^{(1)}(kr_0) \right| \cdot \left| h_m^{(1)'}(ka) \right|^{-1} \cdot B_m \cdot P_m(\cos\theta), \quad (16)$$

где α^{-1} – нормирующая положительная константа, B_m – точные гармоники Фурье заданного поля давления на расстоянии $r=r_0$. Среднеквадратичная погрешность решения задачи синтеза определится в виде

$$\delta_{\Sigma}^2 = \|F(\theta) - F_M(\theta)\|^2 + \|F_M(\theta) - F_M^*(\theta)\|^2 \quad (17)$$

где первое слагаемое – погрешность замены бесконечного ряда полиномом конечной степени M , а второе – погрешность замены точных гармоник Фурье заданного поля давления B_m на реализуемые B_m^*

$$B_m^* = \alpha^{-1} \left| h_m^{(1)}(kr_0) \right| \cdot \left| h_m^{(1)'}(ka) \right|^{-1} \cdot B_m, \quad (18)$$

константа α , как и в [4], определяется из минимизации 2-го слагаемого (18).

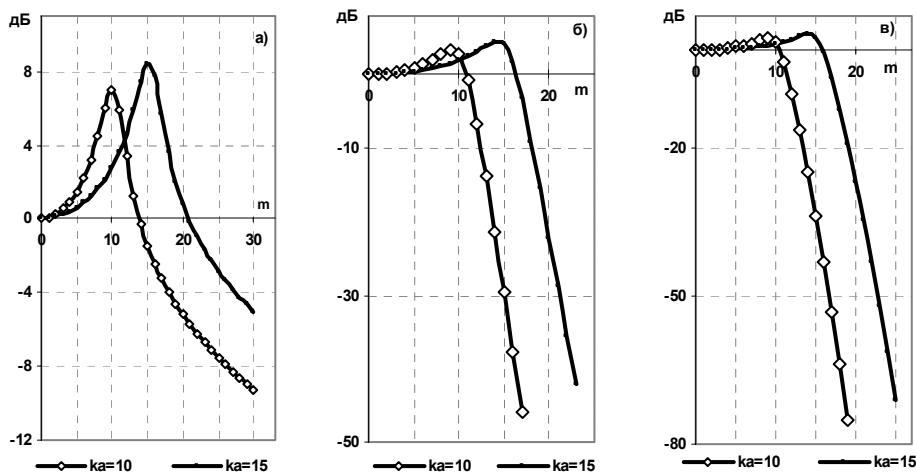


Рис. 1. Динамика изменения модуля передаточной функции с ростом номера гармоник m для волновых радиусов излучающей сферы $ka=10$ и $ka=15$; а – излучающая поверхность; б – ближняя зона; в – дальняя зона

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 286 с.
2. Жуков В.Б. Расчет гидроакустических антенн по диаграмме направленности. – Л.: Судостроение, 1977. – 184 с.
3. Клецев А.А., Клюкин И.И. Основы гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1987. – 224 с.
4. Сальников Б.А., Сальникова Е.Н. Использование аппарата передаточных функций для исследования процессов формирования звуковых полей непрозрачными антеннами // Сб. тр. XX сессии РАО / Распространение и дифракция волн. – М: ГЕОС, – 2008.

УДК 534.143, 536.242

И.В. Тимошенко

К ВОПРОСУ О МОДЕЛИРОВАНИИ ВОЗДЕЙСТВИЯ УЛЬТРАЗВУКА НА ПРОЦЕССЫ ТЕПЛОМАССООБМЕНА

Использование ультразвука в терапевтических целях является перспективной и интенсивно развивающейся областью современной медицины. Одним из механизмов воздействия ультразвука на биологическую ткань является интенсификация массообменных процессов через перепонки. Благодаря этому усиливается обмен веществ, повышаются регенераторные и регуляторные функции тканей. Кроме того, ультразвук может действовать как физический катализатор, ускоряя процессы (например, обмен веществ путём диффузии), которые в нормальных условиях протекают медленно [1]. Ещё одним фактором воздействия ультразвука является его существенное влияние на теплообменные процессы в биологических тканях [1]. Экспериментальное исследование механизмов этих явлений представляет интерес для использования полученных результатов при разработке новых методов лечения и диагностики. В силу того, что подобные явления носят, как правило,