

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Galalu V.G. Digital analog converter for Fibonacci code // Материалы международной научной конференции «Оптимальные методы решения научных и практических задач». – Таганрог, 2005, Ч. 3. – С. 16-20.
2. Патхор Т.С. Цифровые измерения. АЦП / ЦАП. – М.: Техносфера, 2006. – 392 с.

УДК 004.932.1

Е.И. Патана

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ
ТЕКСТУРНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ*

Введение. Основными задачами этапа предварительной обработки изображений являются задачи, связанные с фильтрацией изображений, определением краев объектов, сегментацией. Сегментация изображений является одним из важнейших шагов при анализе и обработке изображений. Для сегментации изображений наиболее распространенными являются методы, основанные на использовании текстур [1]. Сегментацию изображений можно определить, как процесс разделения изображения на непересекающиеся области с однородными свойствами, каждая из которых обладает текстурой, отличной от других областей [2].

Одним из способов анализа текстур является определение характера изменения градаций тона внутри текстурных элементов. Для этого вводятся текстурные характеристики. Обычно они не зависят от положения объекта, его формы и размеров. Существует множество методов выделения текстурных характеристик изображения [1]. Наиболее распространенным является статистический метод, основанный на построении, так называемой, матрицы взаимного расположения градаций тона [1].

Матрица взаимного положения градаций тона. Пусть $I = \|I(x, y)\|_{N \times M}$, $x \in \{1, \dots, N\}$, $y \in \{1, \dots, M\}$ – цифровое изображение размером $N \times M$ пикселей. Будем считать, что элементы изображения $I(x, y)$ принимают дискретные значения из некоторого K -элементного множества, например, из множества $\{0, 1, 2, \dots, 255\}$. Матрицей взаимного расположения градаций тона называется матрица $P_{\vec{d}}$ размера $K \times K$, элементы которой определяются следующим образом:

$$P_{\vec{d}}(i, j) = \left| \left\{ \left((x_1, y_1), (x_2, y_2) \right) \mid I(x_1, y_1) = i, I(x_2, y_2) = j \right\} \right|,$$

где (x_1, y_1) , $(x_2, y_2) = (x_1 + dx, y_1 + dy)$ – координаты пикселей в I [1]. Вектор $\vec{d} = (dx, dy)$ называется вектором смещения.

В работе предлагается построение инвариантной матрицы $\tilde{P}_{\vec{d}}^S$ относительно углов поворота изображения. Рассмотрим исходное цифровое изображение размером $N \times M$ пикселей: $I_1 = \|I_1(x, y)\|_{N \times M}$, $x \in \{1, \dots, N\}$, $y \in \{1, \dots, M\}$. Изображение I_1 , повернутое на угол равный 180° , обозначим через I_2 (рис. 1). Рассчитаем матрицу $P_{\vec{d}}(I_1)$ для некоторого вектора смещения \vec{d} . Затем повернем изображение I_1

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проекты № 08-07-00129, 07-07-00067

на угол равный 180° и вычислим матрицу $P_{\vec{d}}(I_2)$ с тем же вектором смещения \vec{d} . Нетрудно видеть, что $P_{\vec{d}}(I_2) = P_{-\vec{d}}(I_1)$. Иными словами, расчет матрицы взаимного расположения градаций тона для вектора \vec{d} по изображению, повернутому на угол равный 180° , эквивалентен расчету матрицы по исходному изображению, но для противоположно направленного вектора смещения ($-\vec{d}$). Далее получим матрицу $\tilde{P}_{\vec{d}}^S$, инвариантную относительно углов поворота изображения кратных 180° . Для этого построим усреднение по двум противоположным направлениям для вектора \vec{d} : $\tilde{P}_{\vec{d}}^S = \frac{1}{2}(P_{\vec{d}}(I_1) + P_{-\vec{d}}(I_1))$. Заметим, что $P_{\vec{d}}(I_1) = P_{-\vec{d}}^T(I_1)$, поэтому матрица $\tilde{P}_{\vec{d}}^S$ является симметричной.

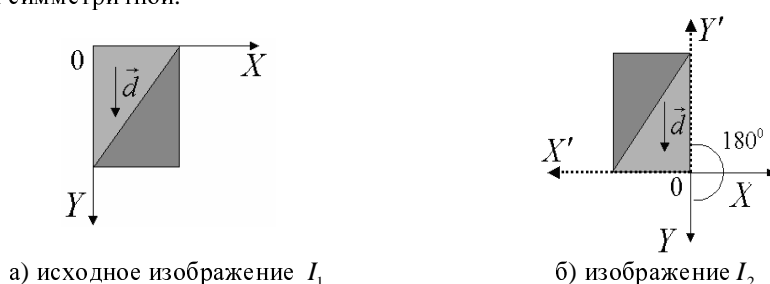


Рис.1. Поворот исходного изображения на угол равный 180°

Построим матрицу $\hat{P}_{\vec{d}}^S$ инвариантную относительно углов поворота изображения кратных 45° . Поскольку матрица $\tilde{P}_{\vec{d}}^S$ инвариантна относительно углов поворота изображения кратных 180° , то для построения $\hat{P}_{\vec{d}}^S$ будем рассматривать четыре поворота ($0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$) вместо восьми возможных. На рис. 2 представлены схематические примеры исходного изображения I_1 (рис. 2,а), I_2 – изображение I_1 , повернутое на угол 45° (рис. 2,б), I_3 – на 90° (рис. 2,в), I_4 – на 135° (рис. 2,г).

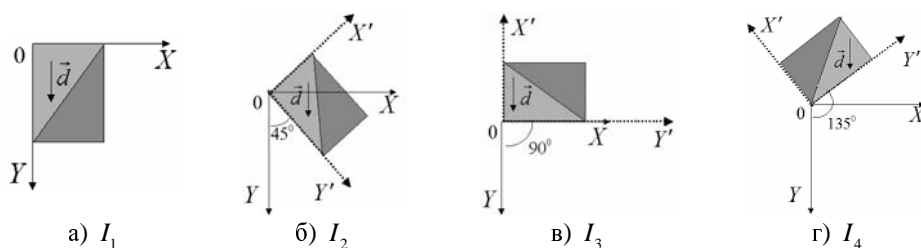


Рис. 2. Повороты исходного изображения на углы кратные 45°

Аналогично предыдущему случаю построим симметричную матрицу взаимного расположения градаций тона $\tilde{P}_{(0,dy)}^S(I_1)$ по изображению I_1 для вектора $\vec{d} = (0, dy)$, затем рассчитаем матрицу $\tilde{P}_{(0,dy)}^S(I_2)$ для того же вектора. Отметим, что $\tilde{P}_{(0,dy)}^S(I_2) = \tilde{P}_{(-dx,dy)}^S(I_1) = \tilde{P}_{(dx,-dy)}^S(I_1)$.

Для изображений I_3 и I_4 получим следующие матрицы:

$$\tilde{P}_{(0,dy)}^S(I_3) = \tilde{P}_{(-dx,0)}^S(I_1) = \tilde{P}_{(dx,0)}^S(I_1), \quad \tilde{P}_{(0,dy)}^S(I_4) = \tilde{P}_{(-dx,-dy)}^S(I_1) = \tilde{P}_{(dx,dy)}^S(I_1).$$

При построении матрицы \hat{P}_d^S , инвариантной относительно углов поворота изображения кратных 45° , выполним усреднение по четырем направлениям:

$$\hat{P}_d^S = \frac{1}{4} \left(\tilde{P}_{(dx,0)}^S + \tilde{P}_{(0,dy)}^S + \tilde{P}_{(dx,dy)}^S + \tilde{P}_{(-dx,dy)}^S \right).$$

В задачах цифровой обработки изображений могут возникнуть ситуации, когда встречаются одинаковые текстуры, повернутые друг относительно друга на угол кратный 45° . В этом случае инвариантные текстурные функционалы, предложенные в данной работе, обеспечат идентификацию данных текстур как эквивалентных, а, следовательно, и корректную сегментацию изображений.

Корреляционный анализ статистических функционалов. Для сегментации изображения достаточно построить области, для которых элементы матрицы \hat{P}_d^S совпадают. Однако ввиду зашумленности изображения и естественной неоднородности элементы матрицы будут иметь статистический разброс. Поэтому на практике ищут области, в которых обеспечивается примерное постоянство некоторого функционала, определенного на элементах матрицы \hat{P}_d^S . Как правило, применяемым для этого функционалам можно придать вероятностный или физический смысл. В литературе, посвященной текстурному анализу, описываются различные функционалы, наиболее употребительные из которых приведены ниже. Для двумерного случая перечень функционалов приведен в таблице. В приведенных выражениях μ_x , μ_y и σ_x , σ_y – оценки математических ожиданий и среднеквадратических отклонений, вычисленных по элементам матрицы \hat{P}_d^S .

Таблица

Текстурные характеристики

Энергия: $\sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} \hat{P}_d^S(i, j)^2.$	Автокорреляция: $\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (ij) \hat{P}_d^S(i, j).$
Контраст: $\sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} i-j \hat{P}_d^S(i, j).$	Инерция: $\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (i-j)^2 \hat{P}_d^S(i, j).$
Корреляция: $\frac{\sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} (i-\mu_x)(j-\mu_y) \hat{P}_d^S(i, j)}{\sigma_x \sigma_y}.$	Тень кластера $\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (i+j-\mu_x-\mu_y)^3 \hat{P}_d^S(i, j).$
Однородность: $\sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} \frac{1}{1+(i-j)^2} \hat{P}_d^S(i, j).$	Выпуклость кластера: $\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (i+j-\mu_x-\mu_y)^4 \hat{P}_d^S(i, j).$
Энтропия: $-\sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} P(i, j) \ln \hat{P}_d^S(i, j).$	Максимальная вероятность: $\max_{i,j} \{ \hat{P}_d^S(i, j) \}.$

Несмотря на то, что выбор функционала может быть сделан произвольно и при этом результаты сегментации будут, вообще говоря, различными, экспериментальные исследования показали, что некоторые функционалы из указанного перечня дают примерно одинаковые результаты сегментации. Это говорит о том, что «статистическое поведение» некоторых функционалов в задачах описания текстурных характеристик с помощью матрицы градаций тона совпадает. В данной работе ставится и решается задача кластеризации множества функционалов по этому принципу. Это позволяет существенно уменьшить их количество (т.е. устранить имеющуюся избыточность функциональных характеристик) и выделить наиболее информативные функционалы для решения задачи сегментации текстурных областей. С этой целью проведен корреляционный анализ указанных функционалов, который позволил выявить наличие линейной статистической зависимости между ними, отчасти являющейся причиной получения идентичных результатов сегментации изображений.

Пусть $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$ – множество текстурных характеристик (в данном конкретном исследовании $m = 10$). В результате генерации последовательности случайных изображений получено N наборов значений для этих функционалов, таким образом, сформирован случайный вектор $\vec{X} = (X_{k1}, X_{k2}, \dots, X_{km})$, $k = 1, 2, \dots, N$, $N = 100000$. Основная задача корреляционного анализа состоит в оценке корреляционной матрицы Σ генеральной совокупности X по выборке ограниченного объема. По вектору $\vec{X} = (X_{k1}, X_{k2}, \dots, X_{km})$ вычисляются коэффициенты парной корреляции ρ_{ij} текстурных характеристик. Совокупность коэффициентов корреляции образует нормированную корреляционную матрицу $\|\rho_{ij}\|_{i,j=1}^m$. При этом, чем больше модуль $r_{ij} = |\rho_{ij}|$, тем сильнее линейная зависимость между функционалами f_i и f_j .

Проведенные статистические исследования показали наличие сильной линейной зависимости между следующими текстурными функционалами с соответствующими коэффициентами корреляции: *корреляцией* и *контрастом* (-0,7709), *энергией* и *энтропией* (-0,9998), *инерцией* и *контрастом* (0,9617), *инерцией* и *корреляцией* (-0,7412), *энергией* и *максимальной вероятностью* (0,9157), *энтропией* и *максимальной вероятностью* (-0,9159).

Для выделения статистически линейно независимых функционалов структурируем множество текстурных функционалов, разбив его на непересекающиеся классы по признаку линейной зависимости. После этого из каждого класса выделим один функционал, являющийся его представителем и полученное множество представителей статистически линейно независимых функционалов будем использовать для сегментации текстурных изображений.

Поскольку в дальнейшем нас будет интересовать только степень попарной зависимости функционалов, то рассмотрим матрицу $R = \|r_{ij}\|_{i,j=1}^m$, составленную из модулей коэффициентов корреляции.

Матрица R индуцирует некоторое метризованное отношение \mathfrak{R} на множестве функционалов F , а т.к. $0 \leq r_{ij} \leq 1$, то это отношение можно рассматривать как нечеткое отношение, характеризующее степень попарной линейной зависимости функционалов. Если $r_{ij} = 0$, то функционалы достоверно не имеют линейной зави-

смости, а если, напротив, $r_{ij} = 1$, то между функционалами f_i и f_j существует строгая линейная зависимость. Таким образом, величины r_{ij} можно рассматривать как значения функции принадлежности, определенной на $F \times F$. Поскольку из свойств коэффициента корреляции следует, что $r_{ii} = 1$, $r_{ij} = r_{ji}$, $i, j = 1, \dots, n$, то \mathfrak{R} - рефлексивное и симметричное отношение, а, следовательно, \mathfrak{R} является нечетким отношением сходства. Однако \mathfrak{R} в общем случае не является нечетким отношением подобия, так как для него не выполняется условие транзитивности.

Поставим задачу разбить множество функционалов F на непересекающиеся классы так, чтобы каждый класс представлял собой группу функционалов, наиболее сильно статистически линейно связанных между собой. Данная задача равносильна введению отношения эквивалентности на F , обладающего указанным свойством. Ясно, что решить эту задачу, пользуясь непосредственно отношением \mathfrak{R} , не удастся, поскольку ввиду нетранзитивности отношение сходства порождает разбиение на пересекающиеся классы. Для нахождения разбиения F на непересекающиеся классы необходимо преобразовать \mathfrak{R} в отношение эквивалентности $\hat{\mathfrak{R}}$, максимально сохранив при этом информацию о попарной зависимости функционалов. Это можно сделать с помощью процедуры транзитивного замыкания нечетких отношений [4].

Рассмотрим $\hat{\mathfrak{R}}$ - транзитивное замыкание отношения сходства \mathfrak{R} , порожденного корреляционной зависимостью функционалов из F . Характерной особенностью нечеткого отношения $\hat{\mathfrak{R}}$ является то, что путем выделения α -уровней из $\hat{\mathfrak{R}}$ можно получить семейство обычных отношений эквивалентности, которым будет соответствовать семейство вложенных по измельчению разбиений множества F . Пусть $\hat{\mathfrak{R}}$ - отношение подобия в $F \times F$, тогда $\hat{\mathfrak{R}} = \max_{\alpha} \alpha \times \hat{\mathfrak{R}}_{\alpha}$, $0 < \alpha \leq 1$, где $\hat{\mathfrak{R}}_{\alpha}$ - отношения эквивалентности в смысле обычной теории множеств.

Применяя операцию транзитивного замыкания к матрице парных коэффициентов корреляции для двумерного случая матрицы P_d , получим отношение эквивалентности $\hat{\mathfrak{R}}$. Примеры графического представления данного разбиения для некоторых значений порогового уровня α приведены на рис. 3. Номера точек на изображениях соответствуют номерам текстурных функционалов, представленных в таблице. В результате получено разбиение на классы эквивалентности в зависимости от порогового уровня α .

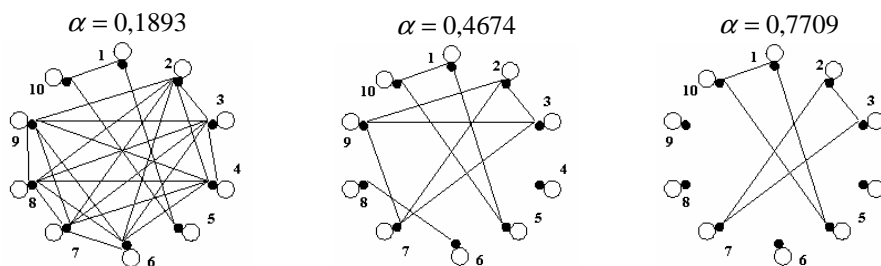


Рис. 3. Разбиение на классы эквивалентности для матрицы P_d

Данный анализ текстурных характеристик позволяет выбрать те функционалы, которые будут использоваться для проведения сегментации изображений.

Возьмем пороговый уровень линейной зависимости $\alpha = 0,7709$, таким образом, выбираем следующие текстурные характеристики: *корреляция, однородность, энтропия, автокорреляция, тень кластера, выпуклость кластера*.

Сегментация текстур. Текстульная сегментация является одной из сложных задач анализа текстур по причине отсутствия априорной информации о количестве и типе текстур, присутствующих на изображении, а также о принадлежности конкретной текстуры к некоторой области. Фактически, не всегда требуется знать, какие специфические текстуры находятся на изображении для того, чтобы провести текстурную сегментацию. Все что требуется – это способ, который определяет, какие текстуры в смежных областях изображения являются различными.

Существует два основных подхода к сегментации изображений [1]. Первый подход основан на выделении областей. В данном подходе определяются области изображения, которые имеют однородную текстуру. Этот метод имеет преимущество, заключающееся в том, что границы областей всегда замкнуты и поэтому области с различными текстурами всегда хорошо разделимы. Используя данный подход, необходимо заранее знать количество текстур. Второй подход основан на выделении границ. При данном подходе не требуется знать количество присутствующих текстур. Однако граница может быть пропущена и две области с различными текстурами не определены, как разделенные замкнутые области.

В работе используется подход, основанный на выделении областей, поэтому ниже ставится и решается задача об автоматическом определении количества текстур на исходном изображении.

Метод нахождения количества текстур. Способ нахождения числа текстур, предложенный в работе, основывается на анализе текстурных характеристиках, рассчитанных по всему изображению. Для этого исходное изображение непрерывно сканируется прямоугольным окном (подобласть изображения). Непрерывное сканирование предполагает смещение окна, как вдоль горизонтального направления, так и вдоль вертикального, на один пиксель

Для каждого текущего положения окна рассчитывается матрица $\hat{P}_d^s(i, j)$, вектор смещения \vec{d} выбирается из априорной информации об ориентированности текстуры, направление \vec{d} должно совпадать с ним. По матрице $\hat{P}_d^s(i, j)$, для каждого случая в отдельности, рассчитываются текстурные характеристики и их значения ставятся в соответствие центру окна. В результате получается, что каждой точке изображения соответствует вектор из десяти текстурных характеристик, за исключением приграничных областей, это связано с особенностями сканирования.

Далее по известным значениям функционалов строится гистограмма их распределения, причем это выполняется для каждой текстурной характеристики в отдельности. Анализ гистограмм показывает, что наблюдаются ярко выраженные максимумы и некоторые шумы в распределении. Количество четких максимумов соответствует количеству текстур на исходном изображении. Каждая текстура, присутствующая на изображении обладает определенным значением текстурной характеристики, но по причине зашумленности изображений реальных текстур эти значения имеют статистический разброс и некоторые шумы. Чтобы избавиться от шумов в распределении, каждое значение гистограммы усредняется по соседним значениям. В усредненной гистограмме сглажены шумы, т.е. случайные максимумы, значения которых не соответствуют характерным значениям текстур, присутствующих на изображении. Таким образом, по усредненной гистограмме можно определять количество максимумов, которое будет соответствовать количеству текстур на рассматриваемом изображении. Для решения данной задачи разработан

алгоритм и написана программа, которая производит усреднение по соседним значениям гистограммы, а затем выполняет поиск максимумов уже по сглаженной гистограмме. Результатом работы программы является количество найденных максимумов [3].

Сегментация изображений методом выделения областей. Рассмотрим процесс сегментации изображений методом, основанным на анализе матрицы P_d . Прежде всего, как и в случае поиска количества текстур, присутствующих на изображении, производится сканирование исходного изображения некоторым окном, размером $m \times n$ пикселей, где $m < M$, $n < N$, M и N – размеры изображения. Для каждого такого окна рассчитывается матрица P_d , а по ней, в свою очередь, вычисляются значения текстурных функционалов. В итоге центру каждого окна исходного изображения ставится в соответствие вектор текстурных характеристик $\vec{F} = (F_1, F_2, \dots, F_n)^T$, подсчитанный внутри окна. Каждой точке изображения будет соответствовать вектор характеристик.

Резкое изменение значений текстурных характеристик будет свидетельствовать о наличии границы между текстурными областями. Далее для каждого функционала (элемента вектора \vec{F}) производится процесс сегментации с известным значением количества текстур, присутствующих на изображении. Сегментация текстур осуществляется с помощью алгоритма кластеризации k -средних.

В качестве примера работы алгоритма рассмотрим радиолокационное изображение морского залива. Сегментацию будем проводить на основе функционала автокорреляции. Результаты приведены на рис. 4. В данном случае вектор смещения равен $\vec{d} = (0,1)$, а размер сканирующего окна составляет 15×13 пикселей. Описанный выше алгоритм обнаружил на изображении две текстуры.

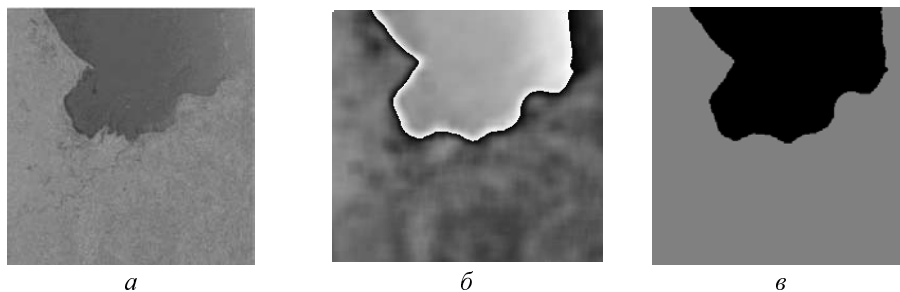


Рис. 4. Сегментации изображения на основе функционала автокорреляции: а) исходное изображение; б) карта характеристик; в) результат сегментации

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Tuceryan M., Jain A.K.* Texture Segmentation Using Voronoi Polygons, IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1990, pp. 211-216,.
2. *Fletcher N.D.* Multi-scale Texture Segmentation of Synthetic Aperture Radar Images, PhD Thesis. 2002, – 44 p.
3. *Патана Е.И.* Метод расчета количества текстур для выполнения сегментации изображений. // Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте. Сборник трудов IV-й Международной конференции, 2007. – С. 220-224.
4. *Рыжов А.П.* Элементы теории нечетких множеств и ее приложений. – М.: Изд-во МГУ, 2003. – 71 с.