О.Г. Осяев, А.В. Остапенко

КИНЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РАСЧЕТУ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПОЛИМЕРНЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ КОНСТРУКЦИЙ, НАХОДЯЩИХСЯ В ДЛИТЕЛЬНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Для практики важным направлением является оценка влияния процесса старения на несущую способность конструкций из полимерных материалов, с дальнейшей возможностью адекватной оценки времени их эксплуатации и условий разрушения. Особенностью полимерных материалов является существенная зависимость прочностных свойств от условий эксплуатации. Поэтому особую важность эта задача имеет для полимерных конструкций, находящихся в эксплуатации длительное время или используемых в экстремальных условиях.

Обобщение данных испытаний и результатов исследований на длительную прочность для металлических и композитных конструкций, имеющих, чаще всего, изотропные и анизотропные свойства, соответственно свидетельствует о наличии признаков ползучести материалов и накоплении повреждений материалов этих конструкций. Поэтому при нормальных условиях температурно-влажностного режима на этапе эксплуатации для расчетов на длительную прочность оболочечных конструкций могут быть применены модели упруговязкого тела и вязкого разрушения.

Оценка несущей способности конструкции предполагает решение двух взаимосвязанных задач:

- определение степени старения материала конструкции;
- оценка влияния изменений свойств материала на несущую способность.

Предлагаемая модель позволяет численными методами определять значения параметров трехмерного напряженно-деформированного состояния (НДС) силовых конструкций из неоднородных материалов с переменными физико-механическими свойствами при воздействии факторов внешней среды.

Согласно термофлуктуационной теории разрушения С.Н. Журкова [1], момент разрушения конструкции под действием механических нагрузок определяется временем жизни до разрыва деформированных межатомных связей.

Исходя из статистического распределения Больцмана, предполагая постоянство нагрузки во времени, можно получить статический

$$t = \tau_c;\ \ \tau_c = \mathrm{A}_0 \exp(\frac{U_0 - \nu_A \beta}{kT}\sigma) \qquad (1)$$

и динамический

$$t = \tau_c;\ \int_0^{\tau_c} \frac{dt}{\exp[(U_0 - \nu_A K_i^d(t)/\sqrt{2\pi\lambda_*})/kT]} = A_0 \qquad (2)$$

критерии разрушения.

Здесь t – время нагружения, τ_c – долговечность атомарных связей при статическом нагружении интенсивности напряжений, U_0 – энергия активации процесса разрушения; T – абсолютная температура; β – коэффициент перенапряжения; v_A – флуктуационный объем; σ – растягивающее напряжение берегов трещины; A_0 – период колебания атомов; $K_i^d(t)$ – динамический коэффициент интенсивности напряжений.

Для определения величины динамического коэффициента интенсивности напряжений $K_i^d(t)$ используем соотношение

$$K_i^d(t) = [\frac{3\pi(1+j(t))}{j(t)t}\int_0^{l_k} dl \int_0^{t_k} \sigma^2(t)dt]^{\frac{1}{2}}, \tag{3}$$

где $\sigma(t)$ – растягивающая компонента тензора напряжений в импульсе нагрузки; $j(t)$ – коэффициент динамичности нагрузки; l_k – длина участка свободной поверхности трещины, с которого энергия поступает в зону повышенных напряжений к моменту времени t, t_k – время, по прошествии которого с малого участка поверхности трещины dl энергия не попадает в область перенапряжений. При изучении процесса разрушения необходимо учитывать возможность протекания релаксационных процессов в области вершины трещины. Вид релаксационного процесса и способ его описания зависят от исследуемого материала.

Релаксационный процесс характеризуется определенной энергией активации U_i и характерным временем протекания релаксационного процесса t_p:

$$t_p = A_0 \exp(U_p / kT). \tag{4}$$

Степень влияния релаксационного процесса на развитие процесса разрушения зависит от соотношения времени релаксации t_p и времени, характеризующего элементарный акт разрушения τ_c. Если $\tau_c < t_p$, что наблюдается при низких температурах, то в вершине трещины вынужденная высокоэластическая деформация не успевает развиться до проявления акта разрушения.

Если же $\tau_c > t_p$, то в вершине трещины сначала будут развиваться высокоэластическая деформация, а затем происходить разрыв полимерных цепей. Энергия активации релаксационного процесса U_p повышает потенциальный барьер U_0 процесса разрушения, величина которого с учетом возможности высокоэластичной деформации будет зависеть от температуры

$$U_0(T) = U_0 + U_p H(\tau - t_p(T)). \tag{5}$$

В уравнении (5) величина U_0 представляет собой эффективное значение энергии активации процесса разрушения, зависящее не только от температуры, но и от структуры материала в исходном и предразрывном состоянии.

В качестве исходных уравнений для расчета полей напряжений в многослойной конструкции принимаются трехмерные уравнения движения, соотношения Коши и обобщенный закона Гука для ортотропного материала, полученные из известных нелинейных уравнений [2], при допущении, что деформации ε_{13}, ε_{23}, ε_{33} являются линейными функциями перемещений.

Уравнения движения:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial}{\partial x_1}[\sigma_{11}(1+e_{11})H_2H_3]+\sigma_{11}\left(\frac{1}{2}e_{12}+\omega_3\right)\frac{\partial H_1}{\partial x_2}H_3+\sigma_{11}\left(\frac{1}{2}e_{13}+\omega_2\right)\frac{\partial H_1}{\partial x_3}H_2+\\
+\frac{\partial}{\partial x_2}\left[\sigma_{22}\left(\frac{1}{2}e_{12}+\omega_3\right)H_1H_3\right]-\sigma_{22}(1+e_{22})\frac{\partial H_2}{\partial x_1}H_3+\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\sigma_{12}\left(\frac{1}{2}e_{12}+\omega_3\right)H_2H_3\right]+\\
+\frac{\partial}{\partial x_2}[\sigma_{12}(1+e_{11})H_1H_3]+\sigma_{12}(1+e_{22})\frac{\partial H_2}{\partial x_1}H_3-\sigma_{12}\left(\frac{1}{2}e_{12}+\omega_3\right)\frac{\partial H_1}{\partial x_2}H_3+\\
+\sigma_{12}\left(\frac{1}{2}e_{23}+\omega_1\right)\frac{\partial H_1}{\partial x_3}H_2+\frac{\partial}{\partial x_3}(\sigma_{13}H_1H_2)+\sigma_{13}\frac{\partial H_1}{\partial x_3}H_2-\sigma_{33}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}H_2+\\
+\left(F_1-\rho\frac{\partial^2U_1}{\partial t^2}\right)H_1H_2H_3=0;
\end{gathered}$$

(6)

$$\begin{gathered}
\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\sigma_{11}\left(\frac{1}{2}e_{13}-\omega_2\right)H_2H_3\right]+\sigma_{11}(1+e_{11})\frac{\partial H_1}{\partial x_3}H_2+\frac{\partial}{\partial x_2}\left[\sigma_{22}\left(\frac{1}{2}e_{23}+\omega_1\right)H_1H_3\right]-\\
-\sigma_{22}(1+e_{22})\frac{\partial H_2}{\partial x_3}H_1+\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\sigma_{12}\left(\frac{1}{2}e_{23}+\omega_1\right)H_2H_3\right]+\frac{\partial}{\partial x_2}\left[\sigma_{12}\left(\frac{1}{2}e_{13}+\omega_2\right)H_1H_3\right]-\\
-\sigma_{12}\left(\frac{1}{2}e_{12}+\omega_3\right)\frac{\partial H_1}{\partial x_3}H_2-\sigma_{12}\left(\frac{1}{2}e_{12}+\omega_3\right)\frac{\partial H_1}{\partial x_3}H_1+\frac{\partial}{\partial x_1}(\sigma_{13}H_2H_3)+\\
+\sigma_{13}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}H_2+\frac{\partial}{\partial x_2}(\sigma_{23}H_1H_3)+\sigma_{23}\frac{\partial H_3}{\partial x_2}H_1+\left(F_3-\rho\frac{\partial^2U_3}{\partial t^2}\right)H_1H_2H_3=0.
\end{gathered}$$

Соотношения для деформации:

$$\begin{gathered}
\varepsilon_{11}=e_{11}+\frac{1}{2}\left[e_{11}^2+\left(\frac{1}{2}e_{12}+\omega_3\right)^2+\left(\frac{1}{2}e_{13}+\omega_2\right)^2\right];\\
\varepsilon_{12}=e_{12}+e_{11}\left(\frac{1}{2}e_{12}+\omega_3\right)+e_{22}\left(\frac{1}{2}e_{12}+\omega_3\right)+\left(\frac{1}{2}e_{13}+\omega_2\right)\left(\frac{1}{2}e_{23}+\omega_1\right); \qquad (7)\\
\varepsilon_{33}=e_{33}\ ;\ \varepsilon_{13}=e_{13}\ ;\ \varepsilon_{23}=e_{23},
\end{gathered}$$

где

$$e_{11}=\frac{1}{H_1}\frac{\partial u_3}{\partial x_1}+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial x_2}u_2+\frac{1}{H_1H_3}\frac{\partial H_1}{\partial x_3}u_3;$$

(8)

$$2\omega_1=\frac{1}{H_1H_3}\left[\frac{\partial}{\partial x_2}(H_3u_3)-\frac{\partial}{\partial x_3}(H_3u_3)\right].$$

Физические уравнения (слои являются ортотропными):

$$\varepsilon_{11}=\alpha_{11}\sigma_{11}+\alpha_{12}\sigma_{22}+\alpha_{13}\sigma_{33}+\alpha_{16}\sigma_{12};$$

(9)

$\varepsilon_{12} = \alpha_{16}\sigma_{11} + \alpha_{26}\sigma_{22} + \alpha_{36}\sigma_{33} + \alpha_{66}\sigma_{12}$; $\varepsilon_{13} = \alpha_{45}\sigma_{23} + \alpha_{56}\sigma_{13}$.

Систему уравнений (6)–(9) дополним:

- условиями на граничных поверхностях оболочки при $x_1 = x_1^*$:

$$\sigma_{11}(1+e_{11})+\sigma_{12}\left(\frac{1}{2}e_{12}-\omega_3\right)=\sigma_{11}^*;\ \sigma_{12}(1+e_{22})+\sigma_{11}\left(\frac{1}{2}e_{12}-\omega_3\right)=\sigma_{12}^*;$$

$$\sigma_{11}\left(\frac{1}{2}e_{13}-\omega_2\right)+\sigma_{12}\left(\frac{1}{2}e_{23}-\omega_1\right)+\sigma_{13}=\sigma_{13}^*; \tag{10}$$

$$u_1=u_1^*,\ u_2=u_2^*,\ u_3=u_3^*$$

и при $x_3 = x_3^{\pm} : \sigma_{13} = \sigma_{13}^{\pm};\ \sigma_{23} = \sigma_{23}^{\pm};\ \sigma_{33} = \sigma_{33}^{\pm};\ u_1 = u_1^{\pm};\ u_2 = u_2^{\pm};\ u_3 = u_3^{\pm}$;

- условиями идеального механического контакта слоев при $x_3 = x_{3,l}$:

$$\sigma_{13,l} = \sigma_{13,l+1};\ \sigma_{23,l} = \sigma_{23,l+1};\ \sigma_{13,l} = \sigma_{33,l+1};u_{13,l} = u_{13,l+1};\ u_{2,l} = \sigma_{2,l+1};$$

(11)

$$u_{3,l} = \sigma_{3,l+1},$$

а также начальными условиями:

$$u_1=u_1\Big|_{t=0} \qquad \frac{\partial u_1}{\partial t_1}=\frac{\partial u_1}{\partial t_1}\Big|_{t=0} \qquad (1\Leftrightarrow 2,3) \tag{12}$$

В формулах (6) - (9):

$(\sigma_{11,}\ldots\sigma_{33})$, $(\varepsilon_{11}\ldots\varepsilon_{33})$, (u_1,u_2,u_3), (F_1,F_2,F_3), $(\alpha_{11},\ldots\alpha_{66})$, ρ– соответственно напряжения, деформации, перемещения, объемные нагрузки, коэффициенты податливости, плотность, *H1, H2, H3* – коэффициенты Ляме.

Полное НДС оболочки представим в виде

$$X_\Sigma = X_0 + X(t),$$

$$X = \{(\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{22}, \sigma_{23}, \sigma_{33}),(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{33}),(u_1,u_2,u_3)\}, \tag{13}$$

где X_0 – вектор компонент предварительного НДС; $X(t)$ – вектор компонент дополнительного НДС, возникающего при отклонении от предварительного состояния в результате действия импульсных нагрузок и тепловых потоков.

Полагая, что перемещения и деформации оболочки в предварительном состоянии равными нулю и разрешив полученную систему уравнений относительно шести функций $\overline{\sigma} = \{\sigma_{13}, \sigma_{23}, \sigma_{33}, u_1, u_2, u_3\}$, используя преобразования, приведенные в работе [3], приходим для каждого слоя оболочки к системе уравнений:

$$\frac{\partial\sigma_{13}}{\partial x_3}=L_1-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\frac{H_2}{H_1}\sigma_{11,0}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{1}{H_2}\frac{\partial H_1}{\partial x_2}u_2+\frac{\partial H_1}{\partial x_3}u_3\right)\right]-$$
$$-\frac{1}{H_1^2H_2}\frac{\partial H_1}{\partial x_2}\sigma_{22,0}\left(-\frac{1}{H_2}+\frac{\partial H_1}{\partial x_2}u_1+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)-\frac{1}{H_1^2}\frac{\partial H_1}{\partial x_3}\sigma_{11,0}\left(-\frac{\partial H_1}{\partial x_3}u_1+\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)+$$
$$+\frac{1}{H_1^2H_2}\frac{\partial H_1}{\partial x_2}\sigma_{11,0}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2}+\frac{1}{H_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}u_1+\frac{\partial H_2}{\partial x_3}\right)-$$
$$-\frac{1}{H_1^2H_2}\frac{\partial}{\partial x_2}\left[\sigma_{12,0}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}+\frac{1}{H_2}\frac{\partial H_1}{\partial x_2}u_2+\frac{\partial H_1}{\partial x_3}u_3\right)\right]+$$
$$+\frac{1}{H_1^2H_2}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}\sigma_{12,0}\left(-\frac{1}{H_2}+\frac{\partial H_1}{\partial x_2}u_1+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)-$$
$$-\frac{1}{H_2^2H_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_2}\sigma_{12,0}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}+\frac{1}{H_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}u_1+\frac{\partial H_2}{\partial x_3}u_3\right)+$$
$$+\frac{2}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial x_3}\sigma_{12,0}\left(-\frac{\partial H_2}{\partial x_3}u_3+\frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right);$$

$$\frac{\partial\sigma_{33}}{\partial x_3}=L_3-\frac{1}{H_1^2}\frac{\partial H_1}{\partial x_3}\sigma_{11,0}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{1}{H_2}\frac{\partial H_1}{\partial x_2}+\frac{\partial H_1}{\partial x_3}u_3\right)-$$
$$-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\frac{H_2}{H_1}\sigma_{11,0}\left(-\frac{\partial H_1}{\partial x_3}u_1+\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)\right]+$$
$$+\frac{1}{H_2^2}\frac{\partial H_2}{\partial x_3}\sigma_{22,0}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2}+\frac{1}{H_2}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}u_1+\frac{\partial H_2}{\partial x_3}u_3\right)- \qquad (14)$$
$$-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial x_2}\sigma_{22,0}\left(-\frac{\partial H_2}{\partial x_3}u_2+\frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right)+$$
$$+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_1}{\partial x_3}\sigma_{12,0}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}+\frac{1}{H_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}u_2\right)+\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial H_2}{\partial x_3}\sigma_{12,0}\left(-\frac{1}{H_2}\frac{\partial H_1}{\partial x_2}u_1+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)-$$
$$-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\sigma_{12,0}\left(-\frac{\partial H_2}{\partial x_3}u_2+\frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right)\right]-\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\sigma_{12,0}\frac{1}{H_1}\left(-\frac{\partial H_1}{\partial x_3}u_3+\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)\right];$$
$$\frac{\partial u_1}{\partial x_3}=L_4;\ \frac{\partial u_2}{\partial x_3}=L_5;\ \frac{\partial u_3}{\partial x_3}=L_6.$$

Здесь $L_i\ (i=1\div 6)$ – комплексы, имеющие вид правых частей в системе уравнений (9) [4]; $\sigma_{11,0}$, $\sigma_{12,0}$, $\sigma_{22,0}$ – напряжения в оболочке, вызванные ее предварительным нагружением.

Напряжения σ_{11}, σ_{12}, σ_{22} определяются с использованием соотношений Коши и закона Гука:

$$\sigma_{22}=\Delta_{1,11}\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\Delta_{2,11}\frac{1}{x_3}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2}+u_3\right)+\sigma_{33}\left(-\alpha_{13}\Delta_{1,11}-\alpha_{23}\Delta_{2,11}\right)+A_{2,11}T;$$

$$\sigma_{12} = \Delta_{3,12}\left(\frac{1}{x_3}\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{dx_1}\right); \tag{15}$$

$$\sigma_{22} = \Delta_{1,22}\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \Delta_{2,22}\frac{1}{x_3}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + u_3\right) + \sigma_{33}\left(-\alpha_{13}\Delta_{1,22} - \alpha_{23}\Delta_{2,22}\right) + A_{2,22}T\,.$$

Коэффициенты при производных в уравнениях (15) определяются физико-механическими параметрами слоев:

$$\Delta_{1,11} = \frac{\alpha_{22}\alpha_{66}}{\Delta};\ \Delta_{2,11} = \frac{\alpha_{12}\alpha_{66}}{\Delta};\ \Delta_{1,22} = \frac{\alpha_{12}\alpha_{66}}{\Delta};\ \Delta_{2,22} = \frac{\alpha_{11}\alpha_{66}}{\Delta};$$

$$\Delta_{3,12} = \frac{\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2}{\Delta};\ \Delta = \left(\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2\right)\alpha_{66};$$

$$A_{2,11} = -\alpha_{11}\Delta_{1,11} - \alpha_{22}\Delta_{2,11};\ A_{2,22} = -\alpha_{11}\Delta_{1,22} - \alpha_{22}\Delta_{2,22},$$

где

$$\alpha_{11} = \frac{1}{E_{11}};\ \alpha_{12} = \frac{\nu_{21}}{E_{22}};\ \alpha_{13} = \frac{\nu_{31}}{E_{33}};\ \alpha_{23} = -\frac{\nu_{32}}{E_{33}};\ \alpha_{33} = \frac{1}{E_{33}};\ \alpha_{44} = \frac{1}{G_{23}};\ \alpha_{55} = \frac{1}{G_{13}};$$

$$\alpha_{66} = \frac{1}{G_{12}}\,. \tag{16}$$

Полное напряженно-деформированное состояние многослойной оболочки является суммой предварительного и дополнительного, определяемого из решения систем уравнений (14) и (15).

В уравнениях (15) - (16) (E_{11}, E_{22}, E_{33}), $(\alpha_{11}, \alpha_{22}, \alpha_{33})$ соответственно модули упругости, коэффициенты линейного температурного расширения для направлений x_1, x_2, x_3; (G_{12}, G_{13}, G_{23}), $(\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23})$ – модули сдвига и коэффициенты Пуассона.

Для распространенных в практике цилиндрических оболочек силовых конструкций компоненты действующих на оболочку нагрузок, полей температур и функции параметров НДС раскладываются в двойные тригонометрические ряды по продольной и окружной координатам:

$$\left\{u_1, \sigma_{13}, \sigma_{13}^{\pm}\right\} = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{u_{1,mn}, \sigma_{13,mn}, \sigma_{13,mn}^{\pm}\right\}\cos\frac{m\pi}{l}x_1\cos nx_2;$$

$$\left\{u_2, \sigma_{23}, \sigma_{23}^{\pm}\right\} = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{u_{2,mn}, \sigma_{23,mn}, \sigma_{23,mn}^{\pm}\right\}\sin\frac{m\pi}{l}x_1\sin nx_2; \tag{17}$$

$$\left\{u_3, \sigma_{33}, \sigma_{33}^{\pm}\right\} = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{u_{3,mn}, \sigma_{33,mn}, \sigma_{33,mn}^{\pm}\right\}\sin\frac{m\pi}{l}x_1\cos nx_2,$$

а производные по времени – в конечные разности

$$\frac{\partial^2\overline{\sigma}}{\partial t^2} = \frac{2\overline{\sigma}(t_s) - 5\overline{\sigma}(t_{s-1}) + 4\overline{\sigma}(t_{s-2}) - \overline{\sigma}(t_{s-3})}{\tau^2};$$

$$\frac{\partial\overline{\sigma}}{\partial t} = \frac{3\overline{\sigma}(t_s) - 4\overline{\sigma}(t_{s-1}) + \overline{\sigma}(t_{s-2})}{2\tau}. \tag{18}$$

После подстановки результатов разложения в исходную систему уравнений для расчета полного НДС многослойных оболочек, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений для пары волновых чисел m и n для каждого шага по времени. Осуществляя интегрирование полученной системы уравнений с использованием метода дискретной ортогонализации [6], позволяющего автоматически удовлетворять условиям идеального механического контакта слоев, а также суммируя тригонометрические ряды разложения напряжений σ_{11}, σ_{12}, σ_{22}, σ_{23}, σ_{33}, получаем решение задачи о трехмерном НДС многослойной оболочки.

Прогнозирование состояния конструкции осуществляется на основании критериев (1), (2) для полученных значений растягивающих напряжений в зонах концентрации напряжений и областях возможного образования трещин.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Бартенев Г.М.* Прочность и механизм разрушения полимеров. – М.: Химия, 1984. – 280 с.
2. *Новожилов В.В.* Основы нелинейной теории упругости. –М.: –Л.: Гостехиздат, 1984. – 212 с.
3. *Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Панкратова Н.Д.* Статика анизотропных толстостенных оболочек. – Киев.: Вища школа, 1985. – 190 с.
4. *Бакулин В.Н.* Использование уравнений трехмерной теории упругости для решения задач динамики многослойных оболочек /Известия вузов. Авиационная техника, 1985. № 3. – С. 7-12.
5. *Бартенев Г.М.* Сверхпрочные и высокопрочные неорганические стекла. – М.: Стройиздат, 1974. – 240 с.
6. *Григолюк Э.И., Шалашилин В.И.* Проблемы нелинейного деформирования: Метод продолжения решения по параметру в нелинейных задачах механики твердого деформируемого тела. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 232 с.

В.В. Владимиров, Н. С. Звягинцев, Д.В. Граждан

РАЗВИТИЕ АЛГОРИТМА ДИСКРЕТНОГО КВАТЕРНИОННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ МНОГОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВ

Рост объема вычислений, свойственный современному уровню развития информационных технологий, неразрывно связан с разработкой новых методов и алгоритмов вычислений. В частности, это актуально для решения задач многомерных преобразований. Одним из перспективных путей решения данного класса задач являются итерационные алгоритмы дискретного вращения вектора [1]. Однако эти алгоритмы, как правило, строятся на основе плоского базового оператора. В работах [2-4] предложен итерационный алгоритм дискретного кватернионного преобразования, выгодно реализующий вращение вектора в трехмерном пространстве. Логика построения этого алгоритма дает возможность его развития для многомерных пространств.