

$$\begin{vmatrix} J_1(\mu r_0) & Y_1(\mu r_0) & 0 & 0 \\ J_0(\mu(r_0 + \delta_1)) & Y_0(\mu(r_0 + \delta_1)) & -J_0(\mu(r_0 + \delta_1)) & -Y_0(\mu(r_0 + \delta_1)) \\ \lambda_1 J_1(\mu(r_0 + \delta_1)) & \lambda_1 Y_1(\mu(r_0 + \delta_1)) & -\lambda_2 J_1(\mu(r_0 + \delta_1)) & -\lambda_2 Y_1(\mu(r_0 + \delta_1)) \\ 0 & 0 & J_0(\mu(r_0 + \delta)) & Y_0(\mu(r_0 + \delta)) \end{vmatrix}.$$

Коэффициенты  $A_j$  равны

$$A_{1,j} = \frac{\int_0^{r+\delta} r (T_u(\tau, r) - T_i(r)) \left[ J_0(\mu_j r) - Y_0(\mu_j r) \cdot \frac{J_1(\mu_j r_0)}{Y_1(\mu_j r_0)} \right] dr}{\int_0^{r+\delta} r \left( J_0(\mu_j r) - Y_0(\mu_j r) \cdot \frac{J_1(\mu_j r_0)}{Y_1(\mu_j r_0)} \right)^2 dr}.$$

$$\text{Тогда } H_i(\tau, r) = \sum_{j=1}^{\infty} A_{1,j} \left[ J_0(\mu_j r) - Y_0(\mu_j r) \frac{J_0(\mu_j(r_0 + \delta))}{Y_0(\mu_j(r_0 + \delta))} \right] \cdot \exp(-\mu_j^2 a_i \tau).$$

Общее решение уравнения (15) запишется следующим образом:

$$T_i(\tau, r) = H_i(\tau, r) + G(r) + T_i(r).$$

Зная коэффициент теплоотдачи на внутренней стенке шахтного сооружения, можно найти температуру стенки сооружения в любой момент времени, откуда с использованием (21) выражается температура воздуха в сооружении. Таким образом, было получено аналитическое выражение для температурного поля двухслойного полого цилиндра конечных размеров, внутри которого действует источник постоянной мощности.

Расчет, проведенный по полученным формулам, подтверждается данными экспериментальных исследований [5].

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. –М.: Наука, 1966. – 296 с.
2. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы теории теплопроводности: Учебное пособие. Ч. I. – М.: Высшая школа, 1982. – 327 с.
3. Пехович А.И., Жидких В.М. Расчеты теплового режима твердых тел. –Л.: Энергия, 1976. –352 с.
4. Богословский В.Н. Строительная теплофизика. –М.: Высшая школа, 1982. – 460 с.
5. Агафонов Ю. Н., Жук В. И. и др. Определение характеристик конвективного теплообмена при прогнозировании теплового режима шахтных сооружений. РК техника. Научно-технический сборник, 1988, с. 26-33.

УДК 681.533

А.П. Цепя

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРВИЧНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПЛОТНОСТИ КАМЕРТОННОГО ТИПА С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

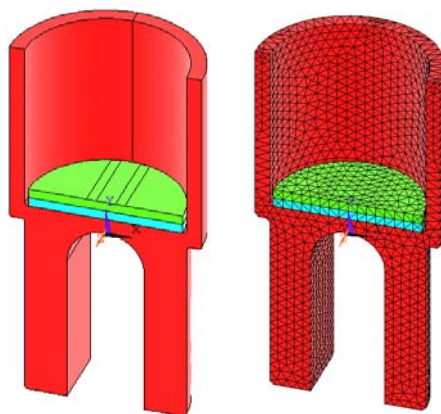
Рассматривается первичный преобразователь (ПП) камертонного типа, основанный на частотном методе измерения. В ПП возбуждаются колебания на механическом резонансе системы, включающей в себя мембрану и лопасти камертона. При погружении ПП в жидкость мембрана и лопасти нагружаются жидкостью. Это нагружение можно приближенно описать добавлением к системе эквивалентной присоединенной массы жидкости, в результате чего резонансная частота из-

меняется. Величина присоединенной массы зависит от плотности жидкости, следовательно, частота резонанса нагруженного ПП также зависит от плотности жидкости. Девиация частоты резонансных колебаний является параметром, по которому определяется плотность жидкости.

*Базовая гипотеза: «Нелинейность функции преобразования ПП может быть вызвана дрейфом рабочей частоты в зависимости от вариации температуры».*

Задача решается с применением метода конечных элементов [1], реализуемого с помощью пакета программ ANSYS. Этот пакет является мировым лидером в расчетах различных конструкций методом конечных элементов [2].

На рис. 1 показана объемная модель ПП в разрезе и ее разбиение на конечные элементы (19 804 элемента с зернистостью 0,5 мм). Размер и форма элемента может варьироваться путем задания определенных параметров программы [3]. Укрупнение размеров элементов ведет к снижению точности расчетов. Измельчение элементов и увеличение их количества сопряжено с возрастанием времени счета. Применяемое при расчетах разбиение на конечные элементы является результатом баланса между этими факторами. На поверхностях сечений задаются симметричные граничные условия, имитирующие удаленные части конструкции.



*Рис. 1. Объемная геометрическая модель ПП в разрезе и ее разбиение на конечные элементы*

В качестве пьезодвижителя рассматривается пьезоэлемент круглой формы с фигурными электродами. Одна часть пьезоэлемента является активной (возбуждающей), а вторая – пассивной (принимающей). Пьезоэлемент крепится к диэлектрической подложке клеевым соединением, а диэлектрическая подложка соответственно клеится к мембране. Диэлектрическая подложка служит гальванической развязкой между электродом пьезоэлемента и корпусом датчика, а также снижает механические напряжения в клеевом слое.

Материалом для пьезоэлемента служит пьезоэлектрическая керамика состава ЦТС-83Г, которая имеет характеристики, указанные в табл. 1. В качестве материала для корпуса датчика может быть использована сталь 12Х18Н9Т либо титановый сплав ОТ4-1. Характеристики металлов содержатся в табл. 2 и 3.

Таблица 1

## Свойства пьезоактивного материала ЦТС-83Г

Параметр	Обозначение	Величина	Размерность
Плотность	$\rho$	7,4	$10^3 \text{ кг/м}^3$
Упругие модули (при постоянном E)	$C_{11}$	130	$10^9 \text{ Па}$
	$C_{12}$	80	
	$C_{13}$	68	
	$C_{33}$	109	
	$C_{44}$	28	
	$C_{66}$		
Пьезоконстанты	$e_{31}$	-5	$\text{Кл/м}^2$
	$e_{33}$	14,3	
	$e_{15}$	10,6	
Относительные диэлектрические проницаемости (при постоянной деформации)	$\epsilon_{11}$	820	-
	$\epsilon_{33}$	930	
Коэффициенты линейного температурного расширения	$\alpha_x$	3,6	$10^{-6} \text{ К}^{-1}$
	$\alpha_z$	-1,1	
Добротность	Q	110	-

Таблица 2

## Свойства титанового сплава ОТ4-1

Параметр	Обозначение	Величина	Размерность
Плотность	$\rho$	4,55	$10^3 \text{ кг/м}^3$
Модуль Юнга	E	110	$10^9 \text{ Па}$
Коэффициент Пуассона	$\nu$	0,3	-
Коэффициент линейного температурного расширения	$\alpha$	8	$10^{-6} \text{ К}^{-1}$
Добротность	Q	800	-

Таблица 3

## Свойства стали 12X18H9T

Параметр	Обозначение	Величина	Размерность
Плотность	$\rho$	7,9	$10^3 \text{ кг/м}^3$
Модуль Юнга	E	202	$10^9 \text{ Па}$
Коэффициент Пуассона	$\nu$	0,3	-
Коэффициент линейного температурного расширения	$\alpha$	16,6	$10^{-6} \text{ К}^{-1}$
Добротность	Q	800	-

При выборе материалов необходимо учитывать температурную зависимость их упругих свойств, поскольку она будет существенно отражаться на изменении резонансной частоты ПП с изменением температуры [4].

Таблица 4

Упругие свойства металлов при изменениях температуры

Металл	Модуль Юнга		
	20°C	-200°..+20°C	20°..200°C
Стали	200 ГПа	~3.1%	~3%
Титановые сплавы	120 ГПа	~10%	~7%

Весьма приближенно температурные зависимости  $E(T)$  можно аппроксимировать линейными функциями [4]:

$$E(T) = E(20^{\circ}C)(1 - \gamma(T - 20^{\circ}C)), \quad (1.1)$$

где для стали  $\gamma = 0,15 \cdot 10^{-3} 1/k$ , для титанового сплава  $\gamma = 0,42 \cdot 10^{-3} 1/k$  [4].

Таким образом, титановые сплавы имеют примерно в 2,8 раза более крутую температурную зависимость упругих модулей, и по этому параметру сталь является предпочтительным материалом для ПП.

ПП предполагается закрепленным на своем посадочном месте путем зажатия гайкой. При расчетах принимаются условия закрепления верхнего торца корпуса (равенство нулю вертикальных и горизонтальных смещений узлов сетки, находящихся на плоскости этого торца).

Остальные боковые поверхности элементов ПП свободны от напряжений. Для электродированных (эквипотенциальных) поверхностей пьезокерамики предполагается условие заданности потенциалов.

Непрерывность всех механических полевых величин твердых тел на границах раздела обеспечивается самим формализмом метода конечных элементов [5].

Для определения стандартного образца камертона были рассчитаны частотные резонансы и построены амплитудно-частотные характеристики для восьми модификаций конструкции (рис. 2).

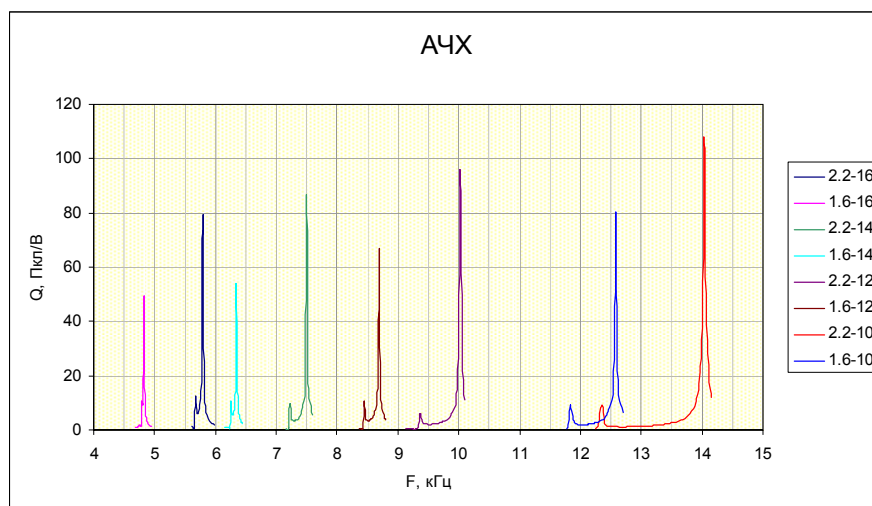


Рис. 2. АЧХ датчика в воздухе для восьми модификаций

ПП модификации (толщина лопатки камертона – 2,2 мм; длина – 10 мм) был определен как стандартный образец, так как имеет самый высокий пик механиче-

ского резонанса. Также две ближайшие моды колебаний наиболее далеко отстоят друг от друга, что представляется хорошим фактором для отслеживания информационного сигнала электроникой.

Для того чтобы оценить влияние температурных изменений констант материалов на собственную частоту колебаний ПП, был проведен расчет изменения собственной частоты камертона стандартного образца при заданных малых изменениях этих констант. Вначале вычислялась собственная частота ненагруженного ПП. Затем задавались поочередно вариации каждой из констант материалов, составляющих ПП, т.е. упругих констант металлов и диэлектриков, упругих, диэлектрических и пьезоэлектрических констант пьезоактивных материалов. Эти вариации задавались в размере +1% от абсолютной величины соответствующей константы. Вычислялись соответствующие собственные частоты и изменения собственных частот, вызванные каждой из вариаций. Результаты вычислений сведены в табл. 5.

Таблица 5  
Влияние вариаций параметров материалов на собственную частоту камертона

	Сталь			Титановый сплав			
	$f_1$	$\Delta f_1$	$\Delta f_1 / f_1$	$f_1$	$\Delta f_1$	$\Delta f_1 / f_1$	
	Гц	Гц на 1%	%	Гц	Гц на 1%	%	
Исходные частоты	14057,36525			14034,04479			
Варируемые параметры	Металл						
	$E$	14062,49061	5,12536	0,48381	14039,07802	5,03323	0,48581
	$\nu$	14057,86110	0,49585	0,04681	14034,45735	0,41256	0,03982
	Пьезо-керамика						
	$C_{11}$	14057,40720	0,04195	0,00396	14034,08569	0,04090	0,00395
	$C_{12}$	14057,36990	0,00465	0,00044	14034,04705	0,00226	0,00022
	$C_{13}$	14057,27662	-0,08863	-0,00837	14033,96863	-0,07616	-0,00735
	$C_{22}$	14057,49743	0,13218	0,01248	14034,15289	0,10810	0,01043
	$C_{44}$	14057,39898	0,03373	0,00318	14034,07352	0,02873	0,00277
	$e_{31}$	14057,36558	0,00033	0,00003	14034,04505	0,00026	0,00003
	$e_{32}$	14057,36697	0,00172	0,00016	14034,04614	0,00135	0,00013
	$e_{13}$	14057,36730	0,00205	0,00019	14034,04654	0,00175	0,00017
	$\epsilon_{11}$	14057,36460	-0,00065	-0,00006	14034,04425	-0,00054	-0,00005
	$\epsilon_{22}$	14057,36386	-0,00139	-0,00013	14034,04365	-0,00114	-0,00011
	Диэлектрик						
$E$	14057,39446	0,02921	0,00276	14034,07019	0,02540	0,00245	
$\nu$	14057,36803	0,00278	0,00026	14034,04662	0,00183	0,00018	

Из таблицы можно видеть, изменения каких констант материалов оказывают наибольшее влияние на собственную частоту камертона. Очевидно, что наибольшее влияние оказывают изменения модуля Юнга  $E$  и коэффициента Пуассона  $\nu$ .

лее значимым параметром, влияющим на частоту, является упругий модуль металла  $E$ . Увеличение модуля Юнга стали на 1% вызывает повышение собственной частоты камертона на 0,484%, а для титанового сплава вызывает возрастание частоты на 0,486%. Вторым по значимости параметром является коэффициент Пуассона  $\nu$ , но роль его изменений на порядок меньше: его приращение на 1% повышает частоту на 0,047% для стального ПП и на 0,040% для титанового. Роль изменений упругого модуля  $C_{33}$  пьезокерамики еще вчетверо меньше: соответственно 0,012% и 0,010%. Затем идут упругие модули  $C_{13}$  (–0,008% и –0,007%),  $C_{11}$  (0,004%),  $C_{44}$  (0,003%). Модуль Юнга диэлектрика дает вклад около 0,002%. Вклады пьезоэлектрических и диэлектрических констант пьезоматериала не превышают 0,0002%. Сравнение характеристик ПП из стали и титанового сплава показывает, что изменения их упругих констант на 1% оказывает примерно одинаковое влияние на изменение резонансной частоты. Учитывая указанные различия этих двух материалов по крутизне температурной зависимости упругих модулей, можно сделать вывод, что изменения температуры вызовут на титановых ПП уход резонансной частоты примерно в 2,8 раза больший, чем на стальных.

Расчеты девиации частоты в зависимости от плотности жидкости показали, что титановый камертон дает более высокую девиацию частоты, чем стальной – вследствие значительно меньшей плотности титана по отношению к плотности стали роль присоединенной массы жидкости возрастает. При плотности жидкости 2 000 кг/м<sup>3</sup> частота титанового камертона снижается на 37,2%, а стального – на 26,3%, что говорит о том, что корпус ПП целесообразно изготовить из материала с наиболее низкой плотностью. Кроме того, уменьшение толщины лопасти камертона и увеличение ее ширины приводит к увеличению девиации частоты в зависимости от плотности жидкости.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Стренг Г., Фикс Дж.* Теория метода конечных элементов. – М.: Мир, 1977.
2. *Kothke P.* ANSYS Theory Ref. Rel. Ed. – Houston: ANSYS Inc., 1997.
3. ANSYS Co. Ltd – ANSYS Integrated Help System – Houston: ANSYS Inc., 2005.
4. Физические величины. Справочник. – М.: Энергосамиздат, 1991.
5. *Лопатин С., Пфайффер Х.* Датчики предельного уровня для жидкостей. – Ростов-на-Дону: из переписки с НКТБ «Пьезоприбор». 2004.

УДК 539:620.179.16

**Е.С. Огурцов**

#### **ИССЛЕДОВАНИЕ ДИАГРАММ РАССЕЯНИЯ И НАПРАВЛЕННОСТИ АЗИМУТАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ ИЗ СКОШЕННЫХ ВОЛНОВОДОВ В МЕРИДИОНАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ДЛЯ СЛУЧАЯ Н-ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ**

В статье, по отношению к известным опубликованным ранее результатам исследований, даны новые научные положения и результаты численных экспериментальных исследований в плоскостях: азимутальной, меридиональной и других сечениях объемных диаграмм направленности, диаграмм рассеяния и др. азимутальной антенной решеткой из скошенных волноводов в меридиональной плоскости (ААР СМ) на основной и высших модах для случая падающей Н-поляризованной волны. Применены методы математической физики: интегральных уравнений Фредгольма на основе леммы Лоренца и метод численных исследований систем линейных алгебраических уравнений по точкам коллокации Крылова–Боголюбова. Проведена алгоритмизация задачи и составлены программы