УДК 519.17

С.П. Вовк

О ДВУХ МЕТОДОЛОГИЯХ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ

1. Определение нечетких оценок полезности суждений о значениях исходов.

Поскольку часто оценка суждений ω может быть представлена в виде нечеткого интервала и аппроксимироваться *S*-образной функцией принадлежности, то полезность ν_π нечеткой оценки исхода $\omega_{\pi:}$ равна $\nu_\pi = U(\omega_\pi)$ и построена по принципу обобщения.

Подход применим для моделирования игровых ситуаций (поскольку U строится достаточно просто) в случае, если интервалы выставляемых экспертами оценок не очень различаются. Однако когда существует сильный разброс в интервалах оценок экспертов с разным весом своих суждений, то строятся верхняя и нижняя огибающие функции полезности. Остановимся подробнее на вопросах, каким образом строится функция полезности в этих двух ситуациях.

2. Первый подход базируется на доверительной функции.

Доверительный и правдоподобный критерии могут рассматриваться как верхняя и нижняя границы при построении функции полезности. Когда функция полезности точно неизвестна, используется неточная модель Дирихле, расширяющая доверительный и правдоподобный критерий.

2.1. Доверительная функция.

Пусть U – универсальный набор под интерес. Предположим, что было сделано N наблюдений параметра $u \in U$, каждый из которых заканчивается неточным измерением данного набора значений A. Критерии доверия и правдоподобия соответственно определяются как

$$Bel(A) = \sum_{A_i : A_i \subseteq A} m(A_i)\,,\ Pl(A) = \sum_{A_i : A_i \cap A \neq \varnothing} m(A_i)$$

и могут быть расценены как верхняя и нижняя граница для вероятности A, т.е. Bel(A)≤Pr(A)≤ PI(A). Формулы используются при большом N. Если N маленькое, результаты становятся слишком точными.

2.2. Границы вероятности, вызванные доверительной и правдоподобной функциями.

Верхняя и нижняя вероятности могут быть переписаны

$$\underline{P}(A,s) = \frac{\min_{k=1,\ldots M} n^{(k)}(A) + s * \inf_{\alpha \in S(1,L)} \alpha(A)}{N+s}\,, \tag{1}$$

$$\overline{P}(A,s) = \frac{\max_{k=1,\ldots M} n^{(k)}(A) + s * \sup_{\alpha \in S(1,L)} \alpha(A)}{N+s}\,. \tag{2}$$

Величина $\inf_{\alpha \in S(1,L)} \alpha(A)$ достигается при $\alpha(A)=0$, кроме случая, когда A=U. Если A=U, то $\alpha(A)=1$ для минимума и максимума.

2.3. Накопление опытных суждений.

Предположим, что U – реальная линия, ограниченная $\inf U$ и $\sup U$. Тогда мы можем определить нижнюю и верхнюю совокупные функции распределения вероятности случайной переменной, о которой имеем данные в форме интервалов A_i, I=1,…,n.. Используя (5) и принимая во внимание факт, что $\alpha(A)=1$ в (3) A=U, мы получаем

$$\underline{F}(t,s)=\underline{P}(\{u\le t\},s)=\begin{cases}\dfrac{N}{N+s}*\sum A_{i:\sup A_i\le t}m(A_i), & t<\sup(U)\\ 1, & t=\sup(U)\end{cases},$$

$$\overline{F}(t,s)=\overline{P}(\{u\le t\},s)=\begin{cases}\dfrac{N}{N+s}*(s+N\sum A_{i:\inf A_i\le t}m(A_i), & t>\inf(U)\\ 0, & t=\inf(U)\end{cases}.$$

Функции $\underline{F}(t,s),\overline{F}(t,s)$ [1] – огибающие всех возможных совокупных распределений функций, совместимых с данными, позволяющие вычислять нижнее и верхнее ожидание X [1]. Эти выражения могут использоваться как инструмент для накопления ненадежных опытных суждений. Видно, что значения весов противоречат вероятностям снабжаемых интервалов. Веса экспертов как меры их качества не могут быть мерой поставляемых мнений, стандартная доверительная и правдоподобная функции также не могут измерить качество экспертов при малом их количестве. Поэтому расширительные доверительная и правдоподобная функции как нижние и верхние ожидания могут применяться в случаях, когда нет никакой информации о качестве экспертов, и эксперты могут быть ненадежными; суждения, выявленные экспертами, неточны, т.е. они представлены в форме интервалов; количество экспертов или опытных суждений довольно мало.

3. Второй подход базируется на частотном и среднеарифметическом подходах к построению функции полезности.

3.1. Построение функции полезности при значительном количестве «состояний природы».

Для ситуации, когда имеется коллективное ЛПР, дающее единый ответ, и обширная статистика решения задачи выбора, рассчитывается частотная вероятность.

На основании расчета частотных вероятностей и таблиц соответствия строится график зависимости $\upsilon(\lambda)$. Если исходы представлены на осях различной размерности, то используются масштабирующие коэффициенты.

3.2. Построение функции полезности при малом количестве «состояний природы».

Анонимный опрос потока представителей класса I_2 определил состав представителей класса I_1 для построения функции полезности U_1.

Представителям выделенного класса I_1 было предложено выставить оценки полезности работы некоторого уровня сложности K^τ во время τ попытки общения представителей классов I_1 и I_2. За основу берется мнение не менее 70% опрошенных. Поскольку каждая из тактик $\{K^\tau\}$ представляет определенную последовательность уровней сложности, то полезность тактики может быть оценена как сумма полезности выполнения работ определенного уровня сложности из последовательности имеющихся работ с учетом номера τ. Имеет место частичное или полное перекрывание оценок полезности.

Как показывает проведенный анализ двух подходов, в случае первого подхода получается более широкий диапазон значений оценок полезности результата. Однако только по этому факту нельзя сказать, является это достоинством или недостатком, при принятии окончательного решения важен вес эксперта.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Уткин Г.В.* Доверительные функции и неточная модель Дирихле**.** Отдел информатики. Санкт-Петербургская лесотехническая академия.

2. *Вовк С.П.* Ситуационное управление и нечеткие игры в моделировании организационных систем. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002. С. 97–103.

УДК 338-001.57

Л.А. Гинис

ИМПУЛЬСНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НА НЕЧЕТКИХ КОГНИТИВНЫХ КАРТАХ

При моделировании проблем принятия решений и управления в социально-экономических системах на макроэкономическом уровне важным звеном является задача анализа динамических процессов различной природы, протекающих в этих системах. Подобные задачи возникают, как правило, при исследовании слабоструктурированных и неструктурированных проблем, характеризующихся нечеткими качественными описаниями. Объект моделирования рассматривается как совокупность взаимодействующих между собой динамических процессов, протекающих в реальном времени. Для формализации задач подобного круга удобно использовать аппарат знаковых, взвешенных знаковых и функциональных знаковых графов. Как известно, аппарат позволяет работать с данными как качественного, так и количественного типа, причем степень использования количественных данных может увеличиваться в зависимости от возможностей количественной оценки взаимодействующих факторов в итерационном цикле моделирования. В модели динамических процессов должно присутствовать время, но при представлении системы в виде графа этот параметр может и не иметь смысла времени, а отражать только последовательность изменения состояний. Речь идет о применении нечеткой когнитивной карты и когнитивного моделирования.

Нечеткая когнитивная карта (FCM – Fuzzy Cognitive Map, определена в [1]) является наиболее эффективной парадигмой представления знаний человека и причинно-следственного вывода знаний. Нечеткая когнитивная карта – это достаточно новая методология моделирования сложных слабоструктурированных систем. FCM предлагает весьма гибкую систему для представления знаний человека и его рассуждений, так как моделирует правила в сетевые структуры, в которых все элементы объединены причинно-следственной связью. Правила базируются на заданном множестве начальных условий, лежащих в основе FCM.

Графически FCM – это ориентированный нечеткий граф с обратной связью, состоящий из узлов и взвешенных взаимосвязей. Узлы графа представляют собой концепты, которые используются для описания главных поведенческих характеристик системы. Узлы связаны между собой взвешенными дугами, представляющими каузальные отношения, которые существуют между понятиями. Такие отношения удобно представлять при помощи лингвистических термов, например, таких как «очень малое влияние», «малое влияние», «большое влияние», «очень большое влияние» и т.п., которые принимают значения от 0 до 1. Таким образом, каждая дуга имеет свою оценку $w_{i,j}$ – элемент взвешенной матрицы, представляющей связность FCM. Граф позволяет легко добавлять или удалять или понятия, или взаимосвязи. Можно сказать, что FCM – это структура нечеткого графа, которая позволяет систематизировать причинные связи и отслеживать развитие системы, причем как в прямом, так и в обратном формировании цепочки.

Традиционно связность FCM удобно представлять при помощи матрицы смежности W^T, где $w_{i,j}$ – вес дуги от концепта i к концепту j. То есть W^T и пред-