ваны поля логического типа и идентификационные номера (счетчики). Очень важным условием быстрого выполнения запроса является наличие мощной ЭВМ с хорошим программным обеспечением. Если запрос выполняется по сети через другой компьютер, то следует учитывать загруженность сети.

Оптимизация запросов является наиболее важным и интересным направлением исследований и разработок во всей области баз данных. Важность этого направления определяется тем, что от развитости компонента оптимизации запросов критически зависит общая производительность любой SQL-ориентированной СУБД. Это направление наиболее интересно, потому что при решении задач оптимизации приходится использовать самые разнообразные подходы и методы из различных областей вычислительной науки и математики: методы оптимизации программ, применяемые в компиляторах языков программирования, математическую логику, математическую статистику, методы искусственного интеллекта, распознавания образов [7].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Кольцов И.А.* Добровольное страхование автотранспорта. За и против. – М, 2007. – 65 с.
2. *Дейт К.* Введение в системы баз данных. – 6-изд. – Киев: Диалектика, 1998. – 784 с.

УДК 681.3

В.С. Васильев

ОЦЕНКА МЕТОДОМ РЕАЛЬНЫХ ОПЦИОНОВ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ СТОИМОСТИ КОРПОРАЦИИ, ИСПОЛЬЗУЮЩЕЙ ВОЗМОЖНОСТЬ ЗАИМСТВОВАНИЯ

В [1] представлена модель фирмы, функционирующей в случайной окружающей среде. Фирма не имеет возможности делать займы. Она действует, используя только свои собственные финансовые средства. Это существенное ограничение, так как заем играет очень важную роль на практике. В [2] отмечено, что более содержательная модель, учитывающая кредитные расчеты, возможна, но технически гораздо более сложна. Построению такой модели посвящена настоящая статья.

Состояние предприятия в момент времени t будем характеризовать вектором $\mathbf{s}(t)=(x(t),y(t),z(t))$ параметров: $x(t)$ – итог раздела II «Оборотные активы» (актива) баланса; $y(t)$ – итог раздела I «Внеоборотные активы» (актива) баланса; $z(t)$ – сумма итога раздела IV «Долгосрочные обязательства» и итога раздела V «Краткосрочные обязательства» (пассива) баланса.

Оцениваемая фундаментальная стоимость $F(t,\mathbf{s}(t))$ представляет собой итог раздела III «Капитал и резервы» (пассива) баланса. Но в отличие от традиционной методики, F не уравнивает разность между $x+y$ и z, а определяется независимо, исходя из эконометрически оцененных значений параметров динамики случайного изменения фазовых переменных x и y. А y получает свое значение после оценивания F, так как x достаточно объективно оценивается в рыночных ценах.

Пусть $C_1,C_2,\dots C_J,\dots$ – последовательность выплат собственникам предприятия (общие суммы дивидендов от прибыли) в моменты времени $t_1,t_2,\dots t_J,\dots$ (поток платежей). Приведенная (дисконтированная) к моменту времени t ($t<t_1<t_2<\dots<t_J<\dots$) стоимость $P(t,\mathbf{s}(t))$ потока платежей равна

$$P(t,\mathbf{s}(t)) = C_1 \big/ (1+r)^{t_1-t} + C_2 \big/ (1+r)^{t_2-t} + \ldots + C_J \big/ (1+r)^{t_J-t} + \ldots,$$

где r – ставка дисконтирования. Единицей измерения t служит один базовый период (1 год, если ставки указываются в % годовых). В рассматриваемой модели ставка дисконтирования упрощенно остается неизменной на всем временном интервале θ ($t \le \theta < \infty$), хотя излагаемый аппарат применим и в случае наделения r соответствующими закономерностями случайного изменения.

Фундаментальная стоимость $F(t,\mathbf{s}(t))$ предприятия оценивается как верхняя грань ожидаемого значения разности $F(t,\mathbf{s}(t))=\sup\mathrm{E}[-z(t)+P(t,\mathbf{s}(t))]$.

Перейдем к непрерывным ставкам ($1+r=e^{\rho}$, $\rho=\ln(1+r)$):

$$P(t,\mathbf{s}(t)) = C_1 e^{-\rho(t_1-t)} + C_2 e^{-\rho(t_2-t)} + \ldots + C_J e^{-\rho(t_J-t)} + \ldots,$$

а от сумм выплат перейдем к их «скоростям» или интенсивностям (суммам выплат в единицу времени), разбивая интервал $t \le \theta < \infty$ на $t \le \theta < t + \Delta t$ и $t + \Delta t \le \theta < \infty$:

$$P(t,\mathbf{s}(t)) = v(t_1) e^{-\rho(t_1-t)}\Delta t_1 + v(t_2) e^{-\rho(t_2-t)}\Delta t_2 + \ldots + v(t_J) e^{-\rho(t_J-t)}\Delta t_J + \ldots =$$

$$= \int_t^{\infty} v(\theta) e^{-\rho(\theta-t)} d\theta = \int_t^{t+\Delta f} v(\theta) e^{-\rho(\theta-t)} d\theta + \int_{t+\Delta t}^{\infty} v(\theta) e^{-\rho(\theta-t)} d\theta \approx$$

$$\approx v(t)\Delta t + e^{-\rho\Delta t} \int_{t+\Delta t}^{\infty} v(\theta) e^{-\rho(\theta-(t+\Delta t))} d\theta = v(t)\Delta t + e^{-\rho\Delta t} P(t+\Delta t, \mathbf{s}(t+\Delta t))$$

при малых значениях Δt.

Считая процесс изменения $\mathbf{s}(\theta)$, $t \le \theta < \infty$ Марковским, можем записать

$$F(t,\mathbf{s}(t)) = \sup\mathrm{E}_t^{\infty}\left[-z(t) + P(t,\mathbf{s}(t))\right] =$$

$$= \sup\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[z(t+\Delta t)e^{-\rho\Delta t} - z(t) + v(t)\Delta t + e^{-\rho\Delta t}\,\mathrm{E}_{t+\Delta t}^{\infty}\left[-z(t+\Delta t) + P(t+\Delta t, \mathbf{s}(t+\Delta t))\right]\right],$$

где $\mathrm{E}_a^b[\ldots]$ означает операцию взятия условного ожидаемого значения по всем траекториям $\mathbf{s}(\theta)$, $a \le \theta < b$ при старте в момент времени $\theta = a$ из состояния $\mathbf{s}(a)$.

Принцип Беллмана динамического программирования выражается в следующем:

$$F(t,\mathbf{s}(t)) = \sup_{\mathbf{c}(t\le\theta<\infty)} \mathrm{E}_t^{\infty}\left[P(t,\mathbf{s}(t))\right] =$$

$$= \sup_{\mathbf{c}(t\le\theta<t+\Delta t)} \mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[z(t+\Delta t)e^{-\rho\Delta t} - z(t) + v(t)\Delta t + e^{-\rho\Delta t} \sup_{\mathbf{c}(t+\Delta t\le\theta<\infty)} \mathrm{E}_{t+\Delta t}^{\infty}\left[P(t+\Delta t, \mathbf{s}(t+\Delta t))\right]\right] =$$

$$= \sup_{\mathbf{c}(t\le\theta<t+\Delta t)} \mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[z(t+\Delta t)e^{-\rho\Delta t} - z(t) + v(t)\Delta t + e^{-\rho\Delta t} F(t+\Delta t, \mathbf{s}(t+\Delta t))\right],$$

где $\mathbf{c}$ – вектор управляющих воздействий на параметры состояния предприятия; $\mathbf{c}(a \le \theta < b)$ – траектория $\mathbf{c}$ на интервале $a \le \theta < b$.

Разложим $F(t+\Delta t, \mathbf{s}(t+\Delta t)) = F(t+\Delta t, x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z)$ в окрестности точки (t,x,y,z) в ряд Тейлора. Техника стохастического дифференцирования Ито состоит в следующем:

$$\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[F(t+\Delta t, x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z)\right] = F + F_t'\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}[\Delta t] + F_x'\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}[\Delta x] + F_y'\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}[\Delta y] +$$

$$+ F_z'\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}[\Delta z] + \tfrac{1}{2}F_{tt}''\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta t^2\right] + \tfrac{1}{2}F_{xx}''\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta x^2\right] + \tfrac{1}{2}F_{yy}''\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta y^2\right] +$$

$$+\tfrac{1}{2}F''_{zz}\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta z^2\right]+F''_{tx}\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta t\Delta x\right]+F''_{ty}\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta t\Delta y\right]+F''_{tz}\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta t\Delta z\right]+$$

$$+F''_{xy}\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta x\Delta y\right]+F''_{xz}\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta x\Delta z\right]+F''_{yz}\,\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta y\Delta z\right]+\ldots$$

Конкретизируем законы стохастического изменения параметров состояния предприятия. Если техпроцесс таков, что требует обязательных непрерывных отчислений на текущую амортизацию внеоборотных активов, и если обязательно (непрерывное) погашение процентов по обязательствам, то получим

$$\Delta x=\mu\Delta t+\sigma\Delta q-(y\alpha+z\beta+u+v+w)\Delta t,\ \Delta y=u\Delta t,\ \Delta z=-w\Delta t, \tag{1}$$

где μ – ожидаемое значение скорости роста оборотных активов (в основном денежных средств от продаж); σ^2 – скорость роста дисперсии распределения; q – стандартный Винеровский процесс ($E_t^{t+\Delta t}\left[\Delta q\right]=0$, $E_t^{t+\Delta t}\left[(\Delta q)^2\right]=\Delta t$); α – годовая норма процентных отчислений на амортизацию внеоборотных активов; β – годовая непрерывная ставка процентов по обязательствам; u, v, w – компоненты (принимаемые решения) вектора управления $\mathbf{c}=(u,v,w)$; u – интенсивность инвестиций во внеоборотные активы; v – интенсивность выплаты дивидендов; w – интенсивность погашения обязательств ($w>0$) или заимствования ($w<0$). В силу выбранных законов стохастического изменения (1), некоторые статьи раздела I удобнее было бы отнести к переменной x, а раздела II – к y, но здесь это обстоятельство остается в стороне.

Учитывая, что (для (1)) $\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta t\right]=\Delta t$, $\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta x\right]=(\mu-y\alpha-z\beta-u-v-w)\Delta t$, $\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta y\right]=u\Delta t$, $\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta z\right]=-w\Delta t$, $\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta x^2\right]=\sigma^2\Delta t+o(\Delta t)$, $\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta t^2\right]=$ $=\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta y^2\right]=\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta z^2\right]=\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta t\Delta x\right]=\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta t\Delta y\right]=\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta t\Delta z\right]=\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta x\Delta y\right]=$ $=\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta x\Delta z\right]=\mathrm{E}_t^{t+\Delta t}\left[\Delta y\Delta z\right]=o(\Delta t)$, получим уравнение Беллмана–Гамильтона–Якоби $F=\sup\limits_{\mathbf{c}(t\le\theta<t+\Delta t)}\Big\{(z-w\Delta t)e^{-\rho\Delta t}-z+v\Delta t+e^{-\rho\Delta t}\big[F+$

$$+\left(F'_t+(\mu-y\alpha-z\beta-u-v-w)F'_x+uF'_y-wF'_z+\tfrac{1}{2}\sigma^2F''_{xx}\right)\Delta t+o(\Delta t)\big]\Big\}.$$

После сокращения F, z, Δt при $\Delta t\to 0$ имеем

$$-F'_t+\rho F=\tfrac{1}{2}\sigma^2F''_{xx}-z\rho+\sup_{\mathbf{c}(t\le\theta<t+\Delta t)}\left(v+(\mu-y\alpha-z\beta-u-v-w)F'_x+uF'_y-w(1+F'_z)\right).$$

Управляющие воздействия u, v, w входят линейно в полученное выражение и $u\ge 0$, $v\ge 0$, $u+v+w\le\mu-y\alpha-z\beta$, поэтому оптимальным управлением будет одно из четырех: 1) если $\max(1, F'_x; F'_y; -(1+F'_z))=F'_x$, то $u=v=w=0$ (вся чистая прибыль направляется на пополнение оборотных активов); 2) если $\max(1, F'_x; F'_y; -(1+F'_z))=F'_y$, то $u=\mu-y\alpha-z\beta$, $v=w=0$ (вся чистая прибыль инвестируется во внеоборотные активы); 3) если $\max(1, F'_x; F'_y; -(1+F'_z))=1$, то $v=\mu-y\alpha-z\beta$, $u=w=0$ (вся чистая прибыль выплачивается в виде дивидендов); 4) если $\max(1, F'_x; F'_y; -(1+F'_z))=-(1+F'_z)$, то $w=\mu-y\alpha-z\beta$, $u=v=0$ (вся чистая прибыль направляется на погашение обязательств). Таким образом, последнее уравнение может быть записано в виде

$$-F'_t+\rho F=\tfrac{1}{2}\sigma^2\mathrm{F}'_{xx}-z\rho+(\mu-y\alpha-z\beta)\max(1, F'_x; F'_y; -(1+F'_z)). \tag{2}$$

Если техпроцесс не требует обязательных непрерывных отчислений на текущую амортизацию внеоборотных активов, то имеем

$$\Delta x=\mu\Delta t+\sigma\Delta q-(z\beta+u+v+w)\Delta t,\ \Delta y=(-y\alpha+u)\Delta t,\ \Delta z=-w\Delta t,$$

$$-F'_t+\rho F=\tfrac{1}{2}\sigma^2F''_{xx}-y\alpha F'_y-z\rho+(\mu-z\beta)\max\left(1;F'_x;F'_y;-(1+F'_z)\right). \tag{3}$$

Если проценты по обязательствам при неоплате капитализируются, то

$$\Delta x = \mu\Delta t + \sigma\Delta q - (y\alpha + u + v + w)\Delta t,\ \Delta y = u\Delta t,\ \Delta z = (z\beta - w)\Delta t,$$

$$-F_t' + \rho F = \tfrac{1}{2}\sigma^2 F_{xx}'' + z\beta\left(1 + F_z'\right) - z\rho + \left(\mu - y\alpha\right)\max\left(1; F_x'; F_y'; -\left(1 + F_z'\right)\right). \qquad (4)$$

Пусть для нормального функционирования предприятия необходимо, чтобы параметры его состояния находились в пределах: $x_{\min} \le x \le x_{\max}$; $y \ge y_{\min}$; $z \le z_{\max}$. Для оценки фундаментальной стоимости *сверху* уравнение (2) дополняется граничными условиями:

$$F'_x = \max(1; F'_y; -(1+F'_z)),\ x = x_{\max}, \qquad (5)$$

$$F'_x = \min(1+\gamma; (1+\eta)F'_y;\ -(1+\zeta)(1+F'_z)),\ x = x_{\min}. \qquad (6)$$

Уравнения (3) и (4) дополняются соответственно граничными условиями:

$$F'_y = \min(1+\gamma; (1+\xi)F'_x;\ -(1+\zeta)(1+F'_z)),\ y = y_{\min}, \qquad (7)$$

$$-1-F'_z = \min(1+\gamma; (1+\xi)F'_x;\ -(1+\eta)F'_y)),\ z = z_{\max}. \qquad (8)$$

Для оценки фундаментальной стоимости *снизу* вместо комплекта (5)–(7) ставятся граничные условия:

$$F'_x = \min(1; F'_y; -(1+F'_z)),\ x = x_{\max}, \qquad (9)$$

$$F'_x = \max(1+\gamma; (1+\eta)F'_y;\ -(1+\zeta)(1+F'_z)),\ x = x_{\min}, \qquad (10)$$

$$F'_y = \max(1+\gamma; (1+\xi)F'_x;\ -(1+\zeta)(1+F'_z)),\ y = y_{\min}, \qquad (11)$$

$$-1-F'_z = \max(1+\gamma; (1+\xi)F'_x;\ -(1+\eta)F'_y)),\ z = z_{\max}. \qquad (12)$$

Условия (5), (10) означают, что *какое-то* (а условия (6), (9) означают, что *любое*) из решений (выплата дивидендов, инвестиции или погашение обязательств) относительно избытка оборотных активов не снижает оценки фундаментальной стоимости. Условие (7) означает, что *любое* (а условие (11) означает, что *какое-то*) из решений относительно источника (дополнительная эмиссия, продажа части оборотных активов или заимствование) инвестиций во внеоборотные активы не снижает фундаментальной стоимости. Условие (8) означает, что *любое* (а условие (12) означает, что *какое-то*) из решений относительно источника (дополнительная эмиссия, продажа части оборотных или внеоборотных активов) погашения обязательств не снижает фундаментальной стоимости. Коэффициенты γ, ξ, η, ζ введены для учета (в случаях неблагоприятного положения предприятия) снижения доверия или потерь на реализацию преимущественного права в случае дополнительной эмиссии (γ), условно-постоянных расходов в случае инвестиций во внеоборотные активы или дополнительных расходов (штрафы, пени, неустойки) при погашении обязательств (ξ), неликвидности продажи части внеоборотных активов для пополнения оборотных или погашения обязательств (η), переуступки доли управления предприятием в обмен на списание непропорциональной части задолженности (ζ). В идеальном случае может быть $\gamma = \xi = \eta = \zeta = 0$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Bensoussan A.*, *Lecourne J.* Optimal growth of a self-financing firm in an uncertain environment, in applied stochastic control in econometrics and management science / Eds A.Bensoussan, R.Kleindorfer, C.S.Tapiero. – North Holland, 1980.
2. *Бенсусан А.*, *Лионс Ж.-Л.* Импульсное управление и квазивариационные неравенства: Пер с фр. / Под ред. А.К.Керимова. – М.: Наука: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 600 с.