вектора и градиента скаляра естественно, чтобы аппроксимация дивергенции вектора была аддитивной аппроксимацией производных декартовых компонент вектора по декартовым координатам (в угловые скобки будем заключать аппроксимируемые выражения, а нижними индексами будем отмечать отнесение к элементу сетки: $(i,j)$ – узлу; $(i+\frac{1}{2},j)$ и $(i,j+\frac{1}{2})$ – граням (ребрам); $(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})$ – ячейке):

$$\left\langle div\, a\Delta \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = \left\langle \left(a_x\right)_x' \Delta \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + \left\langle \left(a_y\right)_y' \Delta \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}},$$

где $\Delta$ – обозначение конечного объема $Jh_\xi h_\eta$; $h_\xi$ и $h_\eta$ – шаги по координатным направлениям $\xi$ и $\eta$.

Аппроксимации потоков вектора $\mathbf{v}$ через грани $(i,j+\frac{1}{2})$ и $(i+\frac{1}{2},j)$

$$\left\langle JHv^1 h_\eta \right\rangle_{i,j+\frac{1}{2}} = \left\langle y_\eta' h_\eta \right\rangle_{i,j+\frac{1}{2}} \left\langle Hu \right\rangle_{i,j+\frac{1}{2}} - \left\langle x_\eta' h_\eta \right\rangle_{i,j+\frac{1}{2}} \left\langle Hv \right\rangle_{i,j+\frac{1}{2}},$$

$$\left\langle JHv^2 h_\xi \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j} = \left\langle x_\xi' h_\xi \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j} \left\langle Hv \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j} - \left\langle y_\xi' h_\xi \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j} \left\langle Hu \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j},$$

где $\left\langle f_\xi' h_\xi \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j} = f_{i+1,j} - f_{i,j}$; $\left\langle f_\eta' h_\eta \right\rangle_{i,j+\frac{1}{2}} = f_{i,j+1} - f_{i,j}$, в зависимости от разрешения системы следующим образом выражаются через усредненные компоненты вектора скорости:

$$\left\langle Hf \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j} = \overline{H}^{(\eta)}_{i+\frac{1}{2},j} \bar{f}^{(\xi)}_{i+\frac{1}{2},j}, \quad \left\langle Hf \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j} = \overline{H}^{(\eta)}_{i+\frac{1}{2},j} \bar{f}^{(\xi)}_{i+\frac{1}{2},j} \tag{15}$$

или через интегралы (полные потоки):

$$\left\langle Hu \right\rangle_{i,j+\frac{1}{2}} = \overline{U}^{(\eta)}_{i,j+\frac{1}{2}}, \ \left\langle Hv \right\rangle_{i,j+\frac{1}{2}} = \overline{V}^{(\eta)}_{i,j+\frac{1}{2}}, \ \left\langle Hu \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j} = \overline{U}^{(\xi)}_{i+\frac{1}{2},j}, \ \left\langle Hv \right\rangle_{i+\frac{1}{2},j} = \overline{V}^{(\xi)}_{i+\frac{1}{2},j}, \tag{16}$$

где $\bar{f}^{(\xi)}_{\pi,\varsigma} = \frac{1}{2}\left(f_{\pi-\frac{1}{2},\varsigma} + f_{\pi+\frac{1}{2},\varsigma}\right)$; $\bar{f}^{(\eta)}_{\pi,\varsigma} = \frac{1}{2}\left(f_{\pi,\varsigma-\frac{1}{2}} + f_{\pi,\varsigma+\frac{1}{2}}\right)$; $(\pi,\varsigma)$ – элемент сетки (узел, ребро, грань или ячейка).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Вольцингер Н.Е., Клеванный К.А., Пелиновский Е.Н.* Длинноволновая динамика прибрежной зоны. – Л.: Гидрометеоиздат, 1989. – 271 с.: ил.
2. *Филатов Н.Н.* Гидродинамика озер. – СПб.: Наука, 1991. – 200 с.
3. *Agoshkov V.I., Saleri F.* Recent Developments in the Numerical Simulation of Shallow Water Equations. III – Boundary Conditions and Finite Element Approximations in the River Flow Calculations // Матем. моделирование, 1996, Т.8, № 9. – С. 3-24.
4. *Васильев В.С., Сухинов А.И.* Прецизионные двумерные модели мелких водоемов // Математическое моделирование, 2003, Т.15, №10. – С. 17-34.

**А.Ю. Молчанов**

## ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МНОГОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С НЕЧЕТКИМИ ПАРАМЕТРАМИ

При управлении сложными техническими объектами или процессами возникают задачи оптимизации функционирования. Под оптимизацией понимают минимизацию или максимизацию определенным образом заданного критерия, характеризующего эффективность функционирования объекта или процесса, путем соответствующего выбора управляющих решений [1].

Критерий оптимизации представляет собой скалярную функцию входных переменных $Q(x,\lambda)$, где $x = \langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle$ вектор управляющих воздействий, на значения которых накладываются ограничения *X*, т.е. $x \in X$ . Объект управления характеризуется также вектором контролируемых или режимных параметров $\lambda = \langle \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_r \rangle$, определяющих ситуацию его функционирования и не являющихся оптимизируемыми параметрами. Задача заключается в определении значения $x^*(\lambda)$, обладающего свойством $Q(x^*,\lambda) = \min\limits_{x \in X} Q(x,\lambda)$.

Построение аналитической зависимости для целевой функции представляет собой исключительно сложную задачу при большой размерности вектора входных переменных, поэтому для решения многомерных задач оптимизации используют различные поисковые методы.

Поиск без модели объекта будет неэффективным [1], т.к. не использует информацию, получаемую в процессе работы алгоритма для улучшения качества работы системы. Требуемые характеристики системы можно обеспечить только при наличии модели объекта, идентифицируемой на основе информации, получаемой в процессе поиска.

Любая задача оптимизации может быть решена двумя основными путями. Первый способ предполагает получение математической модели для всей области пространства входных факторов, в которой может находиться экстремум, после чего аналитически или одним из численных методов определяются координаты оптимума. При втором способе решения требуется с помощью какого-либо из методов экспериментального поиска найти область экстремума и, постепенно сужая эту область, определить координаты оптимума.

Экспериментально-статистические исследования объекта дают возможность строить или подбирать модели для описания исследуемого объекта в локальной области пространства входных факторов $x_1,\ldots,x_n$, $\lambda_1,\ldots,\lambda_r$. Одновременно ставится цель определения состояний исследуемого объекта при различных значениях входных контролируемых факторов (параметрах сырья, оборудования и т. п.).

Рассматривая задачу оптимизации как экспериментальное исследование, можно говорить об организации некоторой целенаправленной стратегии эксперимента, позволяющей определить область экстремума. При этом далеко не всегда можно построить математическую модель стратегии поиска. Во многих случаях приходится просто ограничиваться описанием логических действий в эксперименте в зависимости от предыстории поиска.

Поисковый процесс описывается рекуррентным выражением $x_{(k)} = x_{(k-1)} + \Delta x_{(k)}$, где шаг $\Delta x_{(k)}$ определяется поисковой стратегией, $\Delta x_{(k)} = \varphi(x^k, u^k, \lambda_{(k)})$ [1], где $x^k$ – предыстория поиска, $u^k$ – предыстория управляющих решений, $x_{(k)}$, $\lambda_{(k)}$ – значения входных параметров на k-м шаге поиска.

Система автоматической оптимизации (САО) предназначена для поиска в автоматическом режиме в ходе процесса величин управляющих воздействий, при которых достигается экстремум показателя качества системы.

В [1] рассматривается применение аппарата адаптивного управления с нечеткими стратегиями для выбора эффективных стратегий поиска в САО, причем возможность построения нечетких поисковых стратегий рассматривается для случая нескольких входных координат объекта. Особенностью нечеткого подхода является возможность описания различных стратегий поиска единообразным способом и возможность смены поисковой стратегии путем изменения настройки системы управления без ее перепроектирования.

Рассмотрим задачу проектирования нечеткой адаптивной САО многомерного многоэкстремального в общем случае объекта. В соответствии с требованиями к алгоритму САО [1] необходимо выбрать процедуру (алгоритм) получения достоверной информации о ситуации поиска и выбрать поисковые стратегии, обеспечивающие наиболее эффективное достижение цели поиска по определенному критерию [1].

В качестве процедуры получения достоверной информации при нескольких входных координатах предлагается применить процедуру планирования эксперимента [2], параметры которой не фиксированы и могут меняться в зависимости от поступающей информации о поисковой ситуации. В качестве поисковых стратегий предлагается использовать нечеткие поисковые стратегии [1].

Нечеткой поисковой стратегией называется тройка $\tilde{U}_F = (U, \tilde{F}, X)$, где $\tilde{F}$ – нечеткое правило выбора стратегии $\tilde{F} = \{\mu_F(F(u^k, x^k))/F(u^k, x^k)\}$ с функцией принадлежности $\mu_F(F(u^k, x^k))$, определенной на базовом множестве элементарных стратегий $\{F(u^k, x^k)\}$.

Выбор стратегии поиска из нечеткого множества стратегий связан с идентификацией ситуации функционирования САО, определяемой положением относительно экстремума, свойствами экстремальной характеристики, возможным дрейфом параметров объекта и объемом имеющейся информации о модели объекта [1]. Параметры алгоритма САО $\theta = \langle \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q \rangle$, зависящие от поисковой ситуации, определяют точность и быстродействие САО.

В [1] рассмотрены стратегии поиска для объекта с одной оптимизируемой координатой и унимодальной характеристикой. Определим множество возможных стратегий для объекта с несколькими оптимизируемыми координатами. Базовое множество стратегий может содержать: стратегии с независимыми испытаниями (полный и частичный факторный анализ, сложный факторный анализ, методы простого и упорядоченного случайного поиска), стратегии с зависимыми испытаниями (метод Гаусса-Зейделя, метод градиента, метод наискорейшего спуска (подъема), экстраполяционный метод поиска экстремума) [3].

Поиск с использованием оценок градиента неприменим при определении глобального экстремума многоэкстремального объекта, но может быть использован в некоторой ограниченной области характеристики для уточнения положения локального экстремума.

Методы случайного поиска имеют преимущество при большом числе регулирующих воздействий, при поиске в области вдали от экстремума, а так же для выявления локальных экстремумов характеристики при недостаточной априорной информации [3].

Структура нечеткой адаптивной САО предполагает наличие некоторой модели объекта, содержащей априорную информацию об объекте и обладающую возможностями адаптации [1].

При проектировании САО пространство режимных параметров разбивается на нечеткие области $\tilde{D}_i$, каждой из которых сопоставляется нечеткое множество

$\tilde{x}^i(\lambda)$, определяющее область возможного положения экстремума, а так же нечеткий вектор оценок параметров модели характеристики $\tilde{b}^i(\lambda)$, заданных на множестве *B*, содержащий априорную информацию о параметрах модели характеристики [1]. На этом этапе учитываются особенности объекта, локализация экстремумов, предпочтительные и недопустимые режимы работы. В качестве модели характеристики может быть использована линейная модель наблюдений [2], применяемая в задачах планирования эксперимента.

Определяется множество эталонных ситуаций поиска $S=\{\tilde{S}^{*\nu}\}$, $\nu=\overline{1,s}$, фиксирующих расстояние до экстремума и возможный дрейф характеристики под действием неконтролируемых возмущений; каждой ситуации сопоставляется правило выбора параметров алгоритма САО $\tilde{\theta}_\nu=\tilde{X}^\nu_\theta(\theta,b)$ и стратегия поиска $\tilde{U}^\nu_F$; выделяются основные контролируемые факторы, определяющие поисковую ситуацию $\gamma=\langle\gamma_1,\gamma_2,...,\gamma_p\rangle$, $\gamma\in\Gamma$; для целей идентификации поисковой ситуации строится нечеткое соответствие $\varphi_s:\Gamma\times B\rightarrow S$.

На втором этапе осуществляется выбор плана эксперимента, минимизирующего число испытаний, требуемое для построения локальной модели характеристики. Определяются интервалы варьирования факторов $g=\langle g_1,g_2,...,g_n\rangle$ по априорной информации о крутизне характеристики и погрешностях оценок, что соответствует выбору величины пробного шага в одномерном случае. Строится последовательная процедура эксперимента, направленная на минимизацию числа испытаний на объекте.

На третьем этапе формализуется алгоритм поиска, выбираются значения параметров поисковых стратегий (шаг поиска). При необходимости формализуются эвристические поисковые стратегии [1].

Таким образом, при проектировании САО многомерного многоэкстремального объекта могут быть применены модели и методы проектирования САО с нечеткими параметрами [1]. При этом ставится ряд задач, определяющих область дальнейшего исследования:

1. Задача построения последовательного алгоритма планирования эксперимента, обеспечивающего заданную точность модели и обладающего адаптивными свойствами, аналогичного по характеристикам последовательной процедуре принятия решений Вальда [1], а так же задача выбора параметров этого алгоритма на основе информации о характеристике объекта.

2. Задача описания многомерных поисковых стратегий и стратегий случайного поиска с использованием математического аппарата нечетких множеств и идентификацию соответствия параметров стратегий параметрам поисковой ситуации.

3. Задача построения адекватной модели, описывающей свойства экстремальной поверхности в задаче с несколькими экстремумами и методов идентификации этой модели.

4. Задача построения эффективных алгоритмов компенсации влияния инерционных свойств объекта на точность и быстродействие поисковой системы при нескольких управляющих воздействиях.

Решение указанных задач позволит проектировать эффективные алгоритмы САО для объектов с несколькими регулирующими воздействиями и снять ограничение унимодальности характеристики объекта. Разработанные модели и алгоритмы могут быть реализованы в проблемно-ориентированной программной системе [1], предназначенной для автоматизации проектирования САО технических объектов и позволяющей оценить эффективность САО по набору критериев точности и быстродействия с использованием статистического имитационного моделирования.

Примерами задач, которые могут быть решены проектируемой системой являются задачи распределения нагрузки между энергоблоками тепловой электростанции при работе на различных видах топлива [4]. Особенностью разрабатываемых моделей и методов является возможность идентификации модели системы и оптимизация системы в реальном времени без нарушения хода процессов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Молчанов А.Ю., Финаев В.И.* Модели систем автоматической оптимизации с нечеткими параметрами. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2007. – 218 с.
2. *Финаев В.И.* Моделирование при проектировании информационно-управляющих систем. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002. – 118 с.
3. *Ивахненко А.Г.* Самообучающиеся системы распознавания и автоматического управления. – Киев: Техніка, 1969. – 392 с.
4. *Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В.* Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. – М: Изд-во Машиностроение-1, 2004.

**Н.В. Шкрибляк**

## ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ЧАСТОТО-ТЕРРИТОРИАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ СЕТЕЙ ПОДВИЖНОЙ И ФИКСИРОВАННОЙ РАДИОСВЯЗИ

В настоящее время рядом западных и отечественных фирм рразработаны и продаются пакеты программ узкоспециализированных ГИС.

В Российской Федерации созданы и развиваются ряд систем общего назначения, например, "Новый информационный атлас России", в создании которого принимают участие Институт земельных ресурсов, Министерство геологии РФ, Госкомгеологии, Леспроект и др. Многие отечественные фирмы, разрабатывающие программные продукты, предлагают сегодня пакеты программ для ведения цифровых карт и специализированных геоинформационных систем.

Рассмотрим вопросы применения геоинформационных баз данных (ГБД) в задачах частотно-территориального планирования сетей радиосвязи фиксированной и подвижной служб [1]. Учитывая тот факт, что планирование сетей подвижной радиосвязи значительно сложнее, чем фиксированных сетей, основное внимание далее будет уделено сетям первого типа.

Планирование фиксированных сетей можно рассматривать как частный (упрощенный) случай планирования сетей подвижной радиосвязи. Анализ состояния и перспектив развития сетей подвижной радиосвязи вскрывает ряд проблем, носящих общий характер, основными из которых являются:

- ♦ объективная необходимость повышения диапазона используемых радиочастот для увеличения канальной емкости оборудования и пропускной способности систем обусловливает дополнительные трудности при планировании сетей (выборе мест развертывания базовых станций и обосновании параметров их элементов);