

2. *Adya S. N., Yildiz M., Markov I. L., Villarrubia P. G., Parakh P. N., Madden P. H.* Benchmarking for large-scale placement and beyond. In Proceedings of the International Symposium on Physical Design. ACM, Monterey, 95–103., 2003.
3. *J. Cong, T. Kong, J. R. Shinnerl, M. Xie, and X. Yuan.* Large-scale circuit placement: Gap and promise. in Proc. of the International Conference on Computer-Aided Design, November 2003.
4. *Chang C. C., Cong J. u Xie M.* 2003. Optimality and scalability study of existing placement algorithms. In Proceedings of the Asia South Pacific Design Automation Conference. 621–627.
5. *Hiroshi Murata, Kunihiro Fujiyoshi, Shigetoshi Nakatake, Yoji Kajitani.* VLSI Module Placement Based on Rectangle-Packing by the Sequence-Pair. IEEE “Transactions on computer-aided design of integrated circuits and systems”, vol. 15, no. 12, december 1996.
6. *Цетлин М.Л.* Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем. – М.: Наука, 1969. – 316 с.
7. *Лебедев Б.К.* Адаптация в САПР. Монография. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1999. – 160 с.

Е.А. Зубков, О.Б. Лебедев

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ВРЕМЕННОМУ АНАЛИЗУ ЦЕПЕЙ*

Введение. Развитие технологии производства СБИС в направлении уменьшения размера активных элементов и повышения степени интеграции привносит новые проблемы в процесс проектирования и разработки. Некоторых проблем не было ранее, некоторые приобрели большую значимость. Эффект емкостных перекрестных помех не перестает быть доминирующей проблемой при проектировании как на уровне блоков, так и на уровне интеграции кристаллов в «системах на чипе» (SoC). Несмотря на то, что длина соединений уменьшается, требование к низкому шумовому порогу в устройствах с низковольтным питанием, увеличившееся отношение паразитной емкости к емкости относительно «земли» ввиду тонких и узких металлических дорожек и жесткие требования к функционированию специфических схем и сигналов делают перекрестные помехи одним из важнейших параметров проектирования.

Временной анализ поведения схем осложнен так же тем, что при приближении к нано-метровым масштабам, разброс параметров кристаллов увеличивается (ввиду технологических особенностей изготовления СБИС, например, неравномерности распределения присадок в полупроводнике, неоднородности толщины слоя металлизации, изменения геометрических размеров вентиляей), приводя к значительному отклонению реальных и рассчитанных инструментальными средствами задержек сигнала. Как показывает практика промышленного изготовления, такое отклонение может достигать 30%, что не допустимо увеличивает стоимость готовых кристаллов, вследствие меньшего числа выхода «годных» кристаллов 1.

Кроме того, в виду статической природы анализа перекрестного шума всем современным промышленным средствам учитывающим данный эффект присущ значительный уровень пессимизма, что диктует необходимость иного подхода к оценке временного поведения схем.

1. Вероятностная формулировка проблемы. В традиционном статическом временном анализе (СВА) задержка элементов считается постоянной величиной, не учитывающей отклонения технологических параметров базовых процессов 2.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 05-08-18115, № 06-01-00272) и программ развития научного потенциала высшей школы 2006-2008 гг. (РНП.2.1.2.3193, РНП 2.1.2.2238).

Однако, исходя из практического опыта, изменчивость процесса и другие источники отклонений может быть описана случайной переменной величиной. Так, рассмотрим схему, состоящую из вентилях и соединений. Совокупность вентилях G_i , которые проходит сигнал – это путь P_i , т.е. $G\{P_i\} = \{g_i^1 \dots g_i^{m_i}\}$, где m_i – это число

вентилях, составляющих путь. Путь i имеет задержку $D_i = \sum_{j=1}^{m_i} d(g_i^j)$. Максимальная из задержек цепей в схеме ограничивает снизу значение тактового периода всей схемы, т.е. $\max\{D_1 \dots D_N\} \leq T_{\max}$. Задержка каждой цепи – это случайная величина, описываемая распределением вероятности. Поскольку $\{D_1 \dots D_N\}$ – это случайный вектор, значение $\max\{D_1 \dots D_N\}$ – это также случайная величина. Для статистического анализа свойств тактирования микросхемы необходимо найти распределение $\max\{D_1 \dots D_N\}$, имеющее функцию накопленной вероятности $F(t) = P\{\max\{D_1 \dots D_N\} \leq t\}$, или

$$F(t) = P\{D_1 \leq t, D_2 \leq t, \dots, D_N \leq t\}. \quad (1)$$

Данная функция может быть получена путем прямого интегрирования, т.е.

$$F(t) = \int_{-\infty}^t (N-1) \int_{-\infty}^t f(D_1, D_2, \dots, D_N) dD_1 dD_2 \dots dD_N, \quad (2)$$

где $f(D_1, D_2, \dots, D_N)$ – это совокупная функция плотности вероятности (СФПВ) для $\{D_1 \dots D_N\}$. К сожалению, непосредственное вычисление N -мерного интеграла для произвольной $f(D_1, D_2, \dots, D_N)$ чрезвычайно сложно для больших N . Поэтому необходимо выработать методику определения распределения с помощью максимально приближенной аппроксимации.

На практике часто отклонения технических процессов наилучшим образом описывается распределением Гаусса. Таким образом, значения задержек вентилях и задержек путей также распределены по Гауссу. СФПВ многомерного нормального вектора задержек путей полностью характеризуется вектором средних $E\{D\}$, и ковариационной матрицей Σ_D . Вектор средних СФПВ задержки цепи – это N -мерный вектор номинальных задержек каждого пути, например $\mu = \{E\{D_1\}, \dots, E\{D_N\}\}$. Средняя задержка пути определяется как сумма средних задержек каждого вентиля, входящего в путь, т.е. $E\{D_i\} = \sum_{j=1}^{m_i} E\{d(g_i^j)\}$, для

$g_i^1 \dots g_i^{m_i} \in G\{P_i\}$. Ковариационная матрица Σ_D размерности $N \times N$ полностью характеризуется двухточечными ковариационными моментами между задержками путей, $\Sigma(i, j) = \text{cov}\{D_i, D_j\}$, где D_i – это случайная задержка пути i .

Ковариации пути $\Sigma(i, j)$ могут быть вычислены на основе двухточечных ковариаций задержек вентилях, однако статистические взаимосвязи между задержками вентилях могут быть проигнорированы при вычислении общей задержки пути и ее зависимости от вариаций технологического процесса, что в большинстве случаев приемлемо. Тогда

$$\text{cov}\{D_i, D_j\} = \sum_{k_i=1}^{m_i} \sum_{k_j=1}^{m_j} \text{cov}\{d(g_i^{k_i}), d(g_j^{k_j})\}. \quad (3)$$

Задержка вентиля зависит от конечного числа его атрибутов, в том числе и геометрических характеристик (ширина, высота, толщина слоев), электрических

свойств (проводимость материала слоев, пороговые напряжения) и т.д. Обозначим вектор данных параметров L , а M – подмножество элементов L , которые подвержены влиянию изменчивости технологического процесса. Тогда M – будет вектором случайных величин. Для простоты, не теряя общности, предположим, что он имеет нулевой вектор математических ожиданий. Таким образом, вектор L описывает средние значения параметров, а M их отклонения от номинала. Опишем зависимость задержки вентиля от L произвольной функцией $d(g)=f(L)$, примем эту зависимость линейной. Тогда разложение функции задержки в ряд Тейлора будет действительно, т.е.

$$d(g) = d(g)\{L_0\} + \varphi\{L_0\}^T M, \quad (4)$$

где $\varphi(\cdot)$ – это Якобиан производных первого порядка функции задержки к M . Так как, согласно выражению (4), распределение задержки является распределением Гаусса, то

$$\text{cov}\{d(g_i), d(g_j)\} = \sum_{t_i=1}^d \sum_{t_j=1}^d \varphi_{t_i} \varphi_{t_j} \text{cov}\{M_{t_i}, M_{t_j}\}, \quad (5)$$

где d – это размерность вектора M . Данная производная полностью абстрагирована от специфической природы отклонений технологического процесса и типа исследуемых элементов. В виду того, что, как было упомянуто выше, аналитическое выражение для распределения максимумов многомерного распределения с произвольной ковариационной структурой чрезвычайно сложная задача, мы ограничимся получением верхней и нижней границ распределения.

2. Определение границ распределения. Согласно [3], если два многомерных распределения имеют постоянное отклонение, то максимум более коррелированного распределения меньше максимума менее коррелированного распределения, т.е.

$$\forall i, j (EX_i^2 = EY_j^2) \mid E(Y_i - Y_j)^2 \leq E(X_i - X_j)^2 \Rightarrow \exists \lambda \in R \mid P\{\max\{Y\} > \lambda\} \leq P\{\max\{X\} > \lambda\} \quad (6)$$

где X и Y – случайные переменные, имеющие нормальное многомерное распределение, λ – реальное число. Учитывая это, мы можем получить неравенство для многомерных распределений со сложной ковариационной структурой путем сравнения его с более простыми распределениями. Исходя из неравенства (6), можно сделать вывод, что если $EX_i = EY_j \neq \text{const}$ и $EX_i^2 = EY_j^2$ $\text{cov}(X_i, X_j) = 0$ $\text{cov}(Y_i, Y_j) \neq 0$, то $E\max\{Y\} \leq E\max\{X\}$. Другими словами, если два распределения имеют одинаковое и постоянное отклонения, но одно из них коррелированное распределение, а другое нет, ожидаемый максимум некоррелированного распределения устанавливает верхнюю границу ожидаемого максимума коррелированного распределения.

Для центрированного многомерного распределения X и существует δ такое, что $E(X_i - X_j)^2 \geq \delta^2$, тогда

$$E \max\{X\} \geq \frac{E|N(0,1)|}{\sqrt{8}} \delta \sqrt{\log_2 N},$$

где $E|N(0,1)|=0.798$. Также отметим, что $E(X_i - X_j)^2 = 2\sigma_x^2(1 - \rho_{ij}) \geq \delta^2$, если отклонение константа. Таким образом, нижняя граница определяется наибольшей корреляцией между элементами многомерного нормального вектора.

3. Вычисление ожидаемого максимума. Для того чтобы определить консервативность оценки периода тактирования сначала нам необходимо найти $E\max\{D\}$ для общего вектора задержки пути $D=\{D_1\dots D_N\}$. Как нам известно, ожидаемый (средний) максимум некоррелированного распределения устанавливает верхнюю границу ожидаемого (среднего) максимума коррелированного распределения. Опишем алгоритм для точного вычисления $E\max\{X\}$ для некоррелированного многомерного нормального распределения с произвольным вектором средних и вектором отклонений.

Идея алгоритма заключается в следующем: можно найти точку T_1 , такую, что в повторяющейся выборке N случайных нормальных переменных хотя бы одна переменная будет ее превосходить, т.е. $T_1 \leq E\max\{X\}$. Существует точка $T_2 > T_1$, такая, что $P\{\max\{X\} \geq T_2\} = P\{\max\{X\} \leq T_2\} = 1/2$, т.е. по определению $T_2 = \text{median}(\max\{X\})$. А, т.к. распределение $\max\{X\}$ стремится к нормальному распределению, то медиана стремится к среднему, и в итоге мы имеем $E(\max\{X\}) \rightarrow T_2$.

Теперь рассмотрим вероятность p_i , того, что случайная переменная X_i , распределенная как $N(\mu_i, \sigma_i^2)$, будет ее превосходить. Тогда

$$p_i = p_i(T_2, \mu_i, \sigma_i) = P\{X_i > T_2\} = 0.5 - \Phi((T_2 - \mu_i)/\sigma_i), \quad (7)$$

где $\Phi(t) = 1/\sqrt{2\pi} \int_0^t \exp(-z^2/2) dt$ – это функция Лапласа 4. Введем случайную

переменную Бернулли, вероятность успеха которой равна вероятности того что X_i превосходит T_2 . Обозначим $n(N) = Z_1 + \dots + Z_N$ количество успехов N переменных Бернулли, тогда среднее (ожидаемое) количество успехов будет

$$E\{n(N)\} = EZ_1 + \dots + EZ_N = \sum_{i=1}^N p_i. \quad (8)$$

Для нахождения нам необходимо решить уравнение $E\{n(N)\} = \frac{1}{2}$, однако, т.к. для переменной Бернулли $EZ_i = p_i$, то, с учетом выражения (7), мы имеем:

$$\sum_{i=1}^N p_i(T_2, \mu_i, \sigma_i) = 1/2. \quad (9)$$

Для централизованного многомерного распределения X с постоянным отклонением, т.е. $p_i = \text{const}$, данное уравнение упрощается к $N \cdot p(T_2, \mu, \sigma) = 1/2$. Решением данного уравнения является $E\max\{X\} = \eta$, где $\Phi(\eta) = (2N-1)/2N$. Если X имеет непостоянное отклонение, т.е. $p_i \neq \text{const}$, тогда уравнение (9) может быть вычислено итеративно.

4. Результаты и выводы. Полученный алгоритм был симулирован в Maple и проверен для различных конфигураций вектора средних и ковариационной структуры. Алгоритм всегда генерирует слегка консервативную оценку, однако при увеличении размерности выборки точность возрастает. В сравнении со стандартным временным анализом вероятностный подход дает более точное предсказание временных свойств схемы и менее консервативную оценку худшего случая. Разница результата полученного с помощью СВА отличались от полученного с помощью SPICE на 1,5-8%, в то время как результат, полученный с помощью вероятностного подхода, при $N=100$ – только на 1-2%. При оценке худшего случая вероятностный подход показал оценку, отличающуюся на 6-12%, а СВА 7-21% 5.

В общем, результаты показывают преимущество статистического подхода и его достаточный потенциал. При дальнейшем сужении границ распределения максимумов в произвольном многомерном пространстве точность оценки и преимущество перед СВА будет еще выше. Также необходимо исследование поведения алгоритма при анализе цепей большой размерности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Chinnery D. and Keutzer K.*, "Closing the Gap Between ASICs and Custom", Proc. of DAC, 2000.
2. *Зубков Е.А., Лебедев Б.К.* "Об учете паразитных помех при трассировке канала" Сборник тезисов и докладов Международной конференции "Интеллектуальные системы" AIS'05 – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005.
3. *R. Adler*, An Introduction to Continuity, Extrema, and Related Topics for General Gaussian Processes, 1990, p. 49.
4. *D. Pollard*, A User's Guide to Measure Theoretic Probability Cambridge University Press, 2001.
5. *S. Zanella et al.*, "Statistical Timing Macromodeling of Digital IP Libraries", Workshop on Statistical Metrology, 2000.

В.М. Глушань, В.П. Карелин

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ САПР*

Процесс проектирования – один из наиболее интеллектуальных видов деятельности человека, поэтому уровень требований, предъявляемых к ИСАПР, превышает современный уровень технологии обработки информации. Автоматизировать удастся только часть процесса проектирования. Интеллектуальная деятельность конструктора наиболее полно проявляется на верхнем – начальном этапе проектирования, где происходит идеологическая разработка схемы проектируемого устройства. Именно здесь осуществляется эвристический выбор алгоритма, его эвристическая доработка и синтез архитектуры устройства. Задачи и проблемы, связанные с начальным этапом проектирования, относятся к классу слабоструктурированных проблем. В их описании преобладает информация качественного характера, а для их решения требуется привлечение экспертных знаний

Для придания традиционным САПР ряда интеллектуальных функций, связанных с поиском и многокритериальным выбором вариантов, их оценкой и т.п., предлагается дополнить САПР интеллектуальной системой (подсистемой) поддержки принятия решений (ИСППР).

Современные ИСППР в упрощенном варианте имеют многоуровневую иерархическую структуру, построенную по принципу IPDI: увеличение интеллектуальности и уменьшение точности (детализированности) обрабатываемой информации при переходе от нижнего уровня системы к верхнему. На верхнем уровне находится база знаний (БЗ), состоящая из четких или нечетких продукционных правил типа: "Если <событие>, то <событие/действие>". Интеллектуальный решатель (ИР) анализирует эти правила, используя информацию о текущем состоянии системы из базы данных (БД), и формирует задачи для планировщика. Протокол работы ИР фиксируется системой объяснения. Планировщик, представляющий тактический уровень системы, используя библиотеку алгоритмов из базы моделей (БМ) и информацию из БД, формирует последовательность действий, необходимых для выполнения задачи. Он контролирует выполнение этой последовательности, кор-

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 07-01-00511, № 06-01-00272) и программ развития научного потенциала высшей школы 2006-2008 гг. (РНП.2.1.2.3193, РНП 2.1.2.2238).