

2. *Скороход С.В.* Моделирование целей управления в условиях неопределённости / Информационные системы и технологии в управлении и организации производства. Труды международной конференции «Татищевские чтения: актуальные проблемы науки и практики». – Тольятти: Изд-во Волжского университета им. В.Н.Татищева, 2004. – С. 253-258.
3. *Скороход С.В.* Применение нечётких чисел для оценки квалификации персонала / Известия ТРТУ, Тематический выпуск «Интеллектуальные САПР». – Таганрог: Изд-во ТРТУ, №3(47), 2005. – С. 214-216.

М.В. Курмаз

НАХОЖДЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО ПУТИ В СЕТЕВОМ ПЛАНИРОВАНИИ В УСЛОВИЯХ НЕЧЕТКОГО ЗАДАНИЯ ВРЕМЕНИ

Задача сетевого планирования состоит в том, чтобы графически, наглядно и системно отобразить и оптимизировать последовательность и взаимозависимость работ, действий или мероприятий, обеспечивающих своевременное и планомерное достижение конечных целей. Для отображения и алгоритмизации тех или иных действий или ситуаций используются экономико-математические модели, которые называются сетевыми моделями, простейшие из них – сетевые графики.

Сетевое планирование применяется для оптимизации планирования и управления сложными разветвленными комплексами работ, требующими участия большого числа исполнителей и затрат ограниченных ресурсов.

Основными образующими элементами сетевой модели являются *события* и *работы*.

Термин *работа* используется в сетевом планировании для обозначения процессов и связей между событиями.

Событие – это момент завершения какого-либо процесса, отражающий отдельный этап выполнения проекта. События может являться результатом одной работы или суммарным результатом нескольких работ. Событие может свершиться только тогда, когда закончены все работы, предшествующие ему. В свою очередь, последующие работы могут начаться только после свершения этого события. При этом предполагается, что событие не имеет продолжительности и свершается мгновенно. Поэтому каждое событие, включаемое в модель, должно быть полно и точно определено, и его формулировка должна включать в себя результат всех непосредственно предшествующих ему работ.

События сетевого графика – это вершины графа (обычно изображаются кружками), *работы* – дуги графа (обычно обозначаются стрелками).

Одно из важнейших понятий сетевого планирования – понятие пути (маршрута). *Путь* (маршрут) – любая последовательность работ, в которой конечное событие каждой работы совпадает с начальным событием следующей за ней работы. Наибольший интерес представляет полный путь – любой путь, начало которого совпадает с начальным событием сети, а конец – с завершающим. Наиболее продолжительный полный путь называют *критическим*. Критическими называют также работы и события, расположенные на этом пути.

Критический путь имеет свое особое значение, так как работы, входящие в него, определяют общий срок завершения всей совокупности работ, планируемых при помощи сети. Для сокращения сроков выполнения проекта необходимо в первую очередь сокращать продолжительность работ, лежащих на критическом пути.

Основные правила построения сетевых моделей:

- ◆ Использовать максимально-рациональное запараллеливание работ, обеспечивающее возможное сокращение сроков разработки;

- ◆ Сетевая модель (график) не должна содержать тупиковых событий, кроме завершающего, из которых не выходит ни одна работа;
- ◆ Не должно быть событий, в которые не входит ни одна работа, кроме исходного;
- ◆ Сетевая модель не должна содержать замкнутых контуров;
- ◆ Направление стрелок, обозначающих работы, должно быть слева-направо, от исходного события к завершающему событию.

Составление сетевого графика.

Каждый кружок-событие делится на 4 сектора. В верхнем левом секторе кружка проставляется номер события (1,2,3,...n). На рис.1 представлена схема фрагмента построения сетевого графика в общем виде, в котором i – номер предшествующего события; j – номер последующего события; t_{i-j} – продолжительность работы, соединяющая i -е и j -е события.

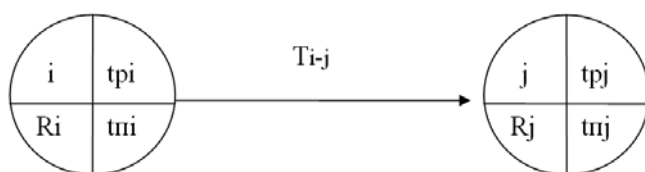


Рис.1. Схема фрагмента построения сетевого графика

В правом верхнем секторе указывается **ранний срок** свершения события tr . Ранний срок свершения исходного события принимается равным нулю. Ранний срок свершения последующего (j) события определяется: к раннему сроку предшествующего (i) события прибавляется продолжительность работы, соединяющая эти два события. Если к событию ведут несколько путей (узловое событие), то в расчет принимается максимальная сумма: **$t_{pj} = \max (t_{pi} + t_{ij})$** .

Таким образом, двигаясь по графику слева – направо от события к событию в порядке их номеров, рассчитываем **tr** всех событий от исходного до завершающего. После заполнения правых секторов сетевого графика

рассчитывается **критический путь (Лкр.)** – максимальный срок выполнения всего комплекса работ при данной организации ОКР.

В правом нижнем секторе указывается **поздний срок** свершения события **tn**. Для исходного, завершающего, а также всех событий, лежащих на критическом пути, поздний срок равен раннему, т.е. для этих событий в правом секторе записываем то же число, что и в левом. $tr = tn$. Определение позднего срока свершения события начинается с завершающего события, т.е. с конца графика и ведется строго в обратном порядке, приближаясь к исходному событию.

Поздний срок получаем вычитанием из позднего срока последующего события продолжительности работ. Если от данного события к исходному идут несколько путей, то подсчитываем разности по всем этим путям и выбираем минимальную из них **$t_{ni} = \min (t_{nj} - t_{ij})$** .

Расчет резервов времени работ:

Любая из работ, не лежащая на критическом пути обладает резервом времени.

Полный резерв времени работ $R_{п(i-j)}$ равен разности между поздним и ранним сроками свершения событий j и i за вычетом продолжительности этой работы: **$R_{п(i-j)} = t_{nj} - t_{pi} - t(i-j)$** .

Свободный резерв времени работы $R_c(i-j)$ равен разности между ранними сроками свершения событий j и i за вычетом продолжительности работы $(i-j)$: $R_c(i-j) = tp_j - tp_i - t(i-j)$. Свободный резерв является независимым резервом, т.к его использование на одной из работ не меняет величины свободных резервов времени остальных работ и показывает, насколько можно задержать выполнение или отсрочить начало данной работы, не меняя ранних сроков начала последующих работ.

Резерв времени свершения события R_i равен разности между поздним и ранним сроками свершения данного события: $R_i = tpi - tpi$.

При поиске критических путей на сетевом графике необходимо учитывать следующие условия его критичности:

- ◆ *Необходимое условие:* нулевые резервы событий, лежащих на его пути;
- ◆ *Достаточное условие:* нулевые полные резервы работ, лежащих на критическом пути.

Некоторые параметры сетевой модели точно не могут быть определены и допускают вариации в каких-либо пределах. Тогда целесообразнее описать модель задачи в нечетком виде, что приведет к адекватному описанию и позволит найти более подходящее решение. Например, время выполнения работ (или длительность выполнения работы) в сетевом графике является величиной нечеткой, а руководитель работы может задать только допустимые пределы изменения величины «время выполнения работы». Зададим параметр «время выполнения работы» в виде интервального нечеткого числа и рассмотрим решение задачи на следующем примере:

Интервал t задается его левой tl и правой tr границами, т.е $t = [tl, tr]$. Зададим в таблице 1 минимальное и максимальное время, за которое определенная работа может быть выполнена.

Таблица 1

Исходные данные для задачи

Название работы	Непосредственно предшествующие операции	Длительность работы $t = [tl, tr]$, дни
A	-	[3,5]
B	-	[5,7]
C	A,B	[6,8]
D	B	[2,4]
E	C	[3,5]
F	D	[4,6]
G	E,F	[2,4]

Сетевой график показан на рис.2.

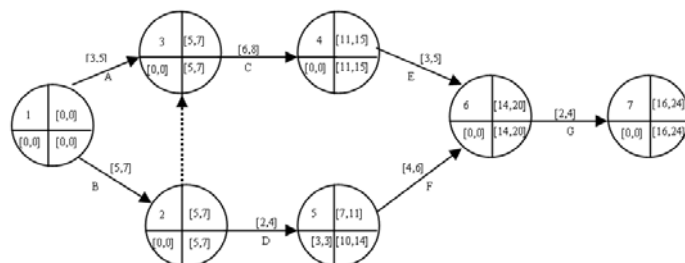


Рис.2. Сетевой график

Теперь найдем критические пути и их длительности.

Согласно необходимому условию два полных пути модели $L_1=1,2,3,4,6,7$ и $L_2=1,3,4,6,7$ могут быть критическими. Проверим достаточное условие критичности для всех работ:

$$R_{п(1,2)} = t_{п(2)} - t_{п(1)} - t(1,2) = [5,7] - [0,0] - [5,7] = [0,0];$$

$$R_{п(1,3)} = t_{п(3)} - t_{п(1)} - t(1,3) = [5,7] - [0,0] - [3,5] = [2,2];$$

$$R_{п(3,4)} = t_{п(4)} - t_{п(3)} - t(3,4) = [11,15] - [5,7] - [6,8] = [0,0];$$

$$R_{п(2,5)} = t_{п(5)} - t_{п(2)} - t(2,5) = [10,14] - [5,7] - [2,4] = [3,3];$$

$$R_{п(4,6)} = t_{п(6)} - t_{п(4)} - t(4,6) = [14,20] - [11,15] - [3,5] = [0,0];$$

$$R_{п(5,6)} = t_{п(6)} - t_{п(5)} - t(5,6) = [14,20] - [7,11] - [4,6] = [3,3];$$

$$R_{п(6,7)} = t_{п(7)} - t_{п(6)} - t(6,7) = [16,24] - [14,20] - [2,4] = [0,0].$$

Путь L_2 , начинающийся с работы (1,3) не является критическим, т.к. как первая из его работ не является критической. Работа (1,3) имеет ненулевой полный резерв, т.е. может быть задержана с выполнением, что недопустимо для критических работ. Для наглядности занесем результаты в таблицу 2:

Таблица 2

Название работы	Длительность работы $t = [t_l, t_r]$, дни	$R_{п(i,j)}$
A(1,3)	[3,5]	[2,2]
B(1,2)	[5,7]	[0,0] критич
C(3,4)	[6,8]	[0,0] критич
D(2,5)	[2,4]	[3,3]
E(4,6)	[3,5]	[0,0] критич
F(5,6)	[4,6]	[3,3]
G(6,7)	[2,4]	[0,0] критич

Сетевая модель имеет единственный критический путь $L_{кр}=1,2,3,4,6,7$ длительностью [16,24].

Таким образом, при решении стандартной задачи сетевого планирования, применяя нечеткое интервальное число для описания такого параметра как длительность работы, вычисления сроков начала и окончания работ, резервов работ, осуществляя операции сложения, вычитания, сравнения нечетких чисел, получили в результате критический путь, длительность которого представлена также в виде нечеткого интервального числа.

Применение нечетких чисел в задачах сетевого планирования дает возможность формализации неточных знаний о предметной области, позволяет более точно описать значения некоторых переменных, в результате чего получить адекватную модель.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *А.Кофман*. Введение в теорию нечетких множеств / Пер. с франц. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.
2. *Jonathan L.Gross, Jay Yellen*. Graph Theory and its application. Second Edition, 2006. Edited by: Chapman&Hall/CRC. Taylor&Francis Group.