современной технологии «бессеточного» проектирования, при которой достигается наибольшая эффективность использования всей области трассировки печатной платы. *SPECCTRA* **autorouter** быстро обрабатывает компоненты с «шахматным» (диагональным) расположением пинов. Используемые алгоритмы трассировки по диагонали, работающие в «сеточном» и «бессеточном» режимах, обрабатывают компоненты нестандартных размеров, которые ранее требовали трассировки вручную. В результате достигается наивысшая скорость проектирования при максимальном использовании площади и минимальном числе слоев ПП.

Освоение описанных принципов, механизмов, программных средств и инструментов в учебном процессе подготовки специалистов по САПР позволит повысить уровень их профессиональных возможностей с учетом новых идей автоматизированного проектирования от ведущих мировых разработчиков САПР.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Курейчик В.В., Нужнов Е.В.* Подготовка инженеров специальности 230104 на основе использования методологии и промышленных САПР компании Cadence Design Systems // Труды Международных научно-технических конференций «Интеллектуальные системы (IEEE AIS’05)» и «Интеллектуальные САПР (CAD-2005)». Научное издание в 4-х томах. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2005, т.4. – С. 98-104.
2. *Нужнов Е.В., Ковалев А.В.* Варианты использования промышленных САПР компании Cadence Design Systems в техническом университете // Труды Международных научно-технических конференций «Интеллектуальные системы (IEEE AIS’05)» и «Интеллектуальные САПР (CAD-2005)». Научное издание в трех томах. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2005, т.2. – С. 430-436.
3. *Курейчик В.В., Нужнов Е.В., Полупанов А.А.* Особенности среды аналогового проектирования VIRTUOSO // Известия ТРТУ. Тематический выпуск: Интеллектуальные САПР. Материалы Международной научно-технической конференции «Интеллектуальные САПР». – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2006, № 8. – С. 105-110.
4. *Курейчик В.В., Нужнов Е.В., Полупанов А.А.* Особенности схемного редактора VIRTUOSO // Труды Международных научно-технических конференций «Интеллектуальные системы (IEEE AIS’06)» и «Интеллектуальные САПР (CAD-2006)». Научное издание в трех томах. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2006, т.2. – С. 28-33.
5. CAD master. Журнал для профессионалов САПР. 2005, № 5. – www.cadmaster.ru.
6. *Иванько А.В, Щеглов С.Н.* «Основные этапы проектирования электронных устройств с использованием ПО компании Cadence Design Systems» // Труды Международных научно-технических конференций «Интеллектуальные системы (IEEE AIS’06)» и «Интеллектуальные САПР (CAD-2006)». Научное издание в трех томах. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2006, т.2. – С. 28-33.
7. Cadence Design Systems. Products, 2006. – http://www.cadence.com/products.htm.
8. www.crete.cadence.com.

В.В. Лисяк, Н.К. Лисяк

О ЗАДАЧЕ АНАЛИЗА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ САПР[*]

Особенностью моделирования САПР является организация использования многих ресурсов с рассмотрением последовательности запросов на эти ресурсы, которые создают задания на проектирование. При этом большое разнообразие технических и программных средств, сложная организация их взаимодействия и раз-

[*] Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 05-08-18115.

нородность одновременно выполняемых заданий приводят к необходимости использования теории сетей массового обслуживания (стохастических сетей).

Рассмотрим поток однородных событий (требований на обслуживание), различающихся только моментами их появления. Такой поток, обладающий свойствами ординарности, стационарности и последействия, называется простейшим потоком или стационарным Пуассоновским потоком [1].

Несмотря на то, что многие индивидуальные процессы не удовлетворяют полностью этим требованиям, необходимо иметь в виду, что в результате суммирования некоторого числа стационарных ординарных потоков с практически любым последействием получается поток, близкий к простейшему.

Дискретное распределение Пуассона, характеризующее простейший поток, имеет плотность распределения числа требований за время *t* [1]

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}.$$

Число требований в заданном интервале. Математическое ожидание распределения Пуассона равно $M(n) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} = \lambda t$. Величина λt определяет среднее значение числа требований за время *t*, где λ - среднее число требований в единицу времени или интенсивность (плотность) потока.

Распределение Пуассона даёт значение вероятности поступления за время *t* ровно n требований. В частности, вероятность того, что в интервале времени *t* не поступит ни одного требования, равна $P_0(t)=e^{-\lambda t}$, а вероятность поступления одного требования $P_1(t)=\lambda t e^{-\lambda t}$. Вероятность поступления за время *t* не более одного требования равна $P_0(t)+ P_1(t)=(1+ \lambda t)e^{-\lambda t}$. В общем случае вероятность того, что за время *t* поступит не более *n* требований, определяется функцией распределения $F(n,t)$, которая равна сумме вероятностей $P_k(t)$ для $k \le n$, т.е.

$$F(n,t) = \sum_{k=0}^{n} P_k(t) = e^{-\lambda t} \sum_{k=0}^{n} \frac{(\lambda t)^k}{k!}.$$

Вероятность поступления более n требований за время *t* равна $1-F(n,t)$.

Дисперсия, характеризующая рассеивание числа требований в интервале *t* определяется формулой $D(n)=M(n^2)-[M(n)]^2 =\lambda t$, т.е. такое же выражение, как и для математического ожидания. Это свойство можно использовать для решения вопроса о соответствии простейшему потоку некоторого потока требований. Существенное различие в этих характеристиках служит причиной отказа от использования распределения Пуассона.

Интервал между двумя последовательными требованиями. Так как количество требований, поступающих в систему в интервале времени *t* – величина случайная, то и интервал времени между двумя последовательными требованиями есть величина случайная.

Вероятность того, что интервал времени между двумя последовательными требованиями превысит некоторую величину τ, равна вероятности отсутствия требований в этом интервале, т.е. $e^{-\lambda\tau}$. Очевидно, что дополнение этой величины до единицы даёт функцию распределения интервалов между появлением двух последовательных требований, т.е. $F(\tau)=1-e^{-\lambda\tau}$.

При Пуассоновском потоке закон распределения вероятностей для интервалов между двумя последовательными событиями является экспоненциальным с параметром $\lambda\tau$. Математическое ожидание и дисперсия интервала τ, распределённого по экспоненциальному закону и средне-квадратичное отклонение интервала τ от τ_{cp}, выражается как:

$$M(\tau) = \frac{1}{\lambda}; \quad D(\tau) = \frac{1}{\lambda^2}, \quad \sigma_\tau = \sqrt{D(\tau)} = \frac{1}{\lambda} = \tau_{cp}.$$

Таким образом, среднее время между двумя последовательными требованиями τ_{cp} обратно пропорционально интенсивности потока требований λ. Важное свойство экспоненциального закона распределения состоит в том, что вероятность появления очередного требования по прошествии времени τ не зависит от момента появления предшествующего.

Время обслуживания и время ожидания. Производительность системы обслуживания зависит от числа каналов и их быстродействия [2]. Время обслуживания одного требования чаще всего считают случайной величиной, распределённой по экспоненциальному закону. Экспоненциальный закон особенно хорошо описывает такие системы, которые сравнительно быстро обслуживают основную массу требований, а длительные сроки обслуживания тем реже, чем больше они занимают времени.

Если время обслуживания t задано экспоненциальным законом с плотностью распределения $g(t)=\mu e^{-\mu t}$ $(t>0)$, то средне время обслуживания выражается математическим ожиданием, которое равно $1/\mu$, где μ - интенсивность обслуживания. Дисперсия времени обслуживания равна $1/\mu^2$, а функция распределения

$$G(t) = \int_0^t \mu e^{-\mu t} dt = 1 - e^{-\mu t}$$

представляет собой вероятность того, что обслуживание закончится за время t, т.е. вероятность освобождения за это время канала обслуживания. Очевидно вероятность того, что за время t канал не освободится, равна $1-G(t)=e^{-\mu t}$. Если в системе занято k каналов, то вероятность того, что ни один из них не освободится за время t, равна $(e^{-\mu t})^k=e^{-k\mu t}$.

Время ожидания требования в очереди обычно также задаётся экспоненциальным законом с плотностью распределения $h(t)=\nu e^{-\nu t}$, где параметр ν – величина обратная среднему времени ожидания. Функция распределения $H(t)=1-e^{-\nu t}$ есть вероятность того, что время ожидания не превысит t.

Марковские процессы. Процессы массового обслуживания являются дискретными процессами с конечным множеством состояний и непрерывным временем. Переход из одного состояния в другое происходит скачком в момент, когда наступает какое-то событие, вызывающее такой переход (поступление требования, начало или конец обслуживания, уход требования из очереди и др.)

Для процессов массового обслуживания с пуассоновским потоком требований и экспоненциальным распределением времени обслуживания характерно отсутствие последствий, т.е. будущее развитие процесса зависит только от состояния в настоящий момент времени и не зависит от развития процесса в прошлом. Такие процессы называют Марковскими.

Аппаратом анализа Марковских процессов являются уравнения Колмогорова. Их решение позволяет рассчитать параметры систем обслуживания. Рассмотрим использование уравнений Колмогорова для моделей САПР.

Пусть на систему обслуживания, состоящую из m одинаковых каналов (пунктов) поступает простейший поток требований. При наличии свободного канала немедленно начинается обслуживание, а если все каналы заняты, требование становится в очередь. Время обслуживания и время ожидания подчинены экспоненциальному закону распределения.

Обозначим через S состояния системы. Пусть: S_0 – состояние, когда все каналы свободны; S_i – состояние, когда занято i каналов $(1 \le i \le m)$; S_{m+r} – состояние, когда заняты m каналов, а r требований находятся в очереди $(r \ge 0)$.

Если на длину очереди не накладывается ограничений, то r может быть сколь угодно большим и система имеет потенциально неограниченное число состояний. Пренебрегая возможностью «перескока» системы через состояние за сколь угодно малое время Δt (в силу ординарности простейшего потока вероятность такого события пренебрежимо мала), можно считать, что система через время Δt либо останется в прежнем состоянии, либо перейдёт в соседнее состояние.

Обозначим через $P_i(t)$ вероятность того, что в момент времени t система находится в состоянии S_i $(i=0,1,2,...,n)$. Очевидно для любого момента времени t имеем $\sum_{i=0}^{n} P_i(t) = 1$ (нормировочное условие). Задача состоит в том, чтобы определить вероятность состояний $P_0(t),P_1(t),...,P_n(t)$ как функций времени.

Уравнения Колмогорова. Марковский процесс описывается относительно вероятностей $P_i(t)$ системой дифференциальных уравнений.

При составлении этих уравнений удобно воспользоваться графом состояний, вершины которого соответствуют состояниям, а дуги – возможным переходам из состояния в состояние.

Зафиксируем момент времени t и найдём вероятность $P_k(t+\Delta t)$ того, что в момент времени $t+\Delta t$ система будет в состоянии S_k. Так как система может оставаться в прежнем состоянии или переходить только в соседние состояния, то

$$P_k(t+\Delta t)= P(A)+P(B)+P(C),$$

где A, B, C – несовместные события и A – система за Δt не изменила своего состояния S_k; B – система за Δt перешла в S_k из состояния S_{k-1}; C – система за Δt перешла в S_k из состояния S_{k+1}.

Пусть система в момент времени t находилась в состоянии S_i и вероятность того, что за время Δt она перейдёт в состояние S_j, равна $P_{i,j}(\Delta t)$.

Величину $\lambda_{i,j} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{P_{i,j}(\Delta t)}{\Delta t}$ называют плотностью вероятности перехода. При достаточно малом Δt имеем приближённое соотношение $P_{i,j}(\Delta t)=\lambda_{i,j}\Delta t$.

Очевидно вероятность того, что система за время Δt не перейдёт из состояния i в состояние j, выражается как $1-P_{i,j}(\Delta t) \approx 1-\lambda_{i,j}\Delta t$.

Если выразить вероятности событий A, B и C через вероятности состояний и плотности вероятностей перехода, а членами высших порядков малости по сравнению с Δt пренебречь, то получим:

$$[P_k(t+\Delta t)-P_k(t)]/\Delta t=\lambda_{k-1,k}\cdot P_{k-1}(t)-(\lambda_{k,k-1}+\lambda_{k,k+1})\cdot P_k(t)+\lambda_{k+1,k}\cdot P_{k+1}(t).$$

Переходя к пределу при $\Delta t \to 0$, получаем дифференциальное уравнение относительно производной вероятности k-го состояния:

$$\frac{dP_k(t)}{dt} = \lambda_{k-1,k} \cdot P_{k-1}(t) - (\lambda_{k,k-1} + \lambda_{k,k+1}) \cdot P_k(t)) + \lambda_{k+1,k} \cdot P_{k+1}(t) \cdot$$

Записав аналогичные выражения для всех состояний, получим систему дифференциальных уравнений Колмогорова.

Таким образом, исходя из постановки задачи, мы рассмотрели систему без очереди, когда $1 \le i \le m$, но ещё возможно состояние S_{m+r}, когда заняты все m каналов, а r требований находятся в очереди.

СМО с ожиданием. Составим уравнения Колмогорова для СМО с ожиданием. Для этого, прежде всего, определим плотности вероятностей переходов и разметим граф этой системы.

Вероятности перехода $P_{i,i+1}$ из состояния i в состояние $i+1$ зависят исключительно от потока требований (каждое новое требование либо поступает в канал обслуживания либо становится в очередь). Так как вероятность того, что за время τ поступит одно требование определяется функцией $F(\tau)=1-e^{-\lambda\tau}$, то

$P_{i,i+1}(\Delta t)=1-e^{-\lambda\cdot\Delta t}=1-(1-\lambda\cdot\Delta t)=\lambda\cdot\Delta t$, отсюда находим $\lambda_{i,i+1}=\lambda$.

Переход в “младшее состояние” от S_i к S_{i-1} обуславливается исключительно освобождением каналов обслуживания. Исходя из функции распределения времени обслуживания $G(t)=1-e^{-\mu\cdot t}$ находим, что при наличии только одного канала плотность вероятности перехода в младшее состояние равна интенсивности обслуживания μ. Если занято i каналов, то интенсивность обслуживания увеличивается в i раз. Поэтому $P_{i,i+1}(\Delta t)=i\mu\cdot$, причём $i\leq m$, где m – число каналов обслуживания.

При обслуживании очереди каждое состояние СМО характеризуется занятостью всех каналов ($i=m$), поэтому интенсивность освобождения каналов становится постоянной и равной $\mu\cdot m$. Как только канал освобождается, его немедленно занимает требование из очереди, и система переходит в младшее состояние. В этих условиях такой переход может быть вызван также уходом из очереди одного требования, если время ожидания превышает допустимое. Распределение времени ожидания $H(t)=1-e^{v\cdot t}$ определяется интенсивностью v – ухода из очереди при наличии в ней одного требования. Для очереди длиной r интенсивность, с которой требования отказываются от обслуживания и уходят из очереди, равна rv. Плотность вероятности перехода из состояния $S_{m+r,}$ в S_{m+r-1} ($r>1$) равна сумме интенсивностей освобождения каналов и отказа от обслуживания $\lambda_{m+r,m+r-1}=\mu\cdot m+r\cdot v$. Таким образом, можем записать систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0}{dt} = -\lambda\cdot P_0 + \mu P_1; \\[2ex] \dfrac{dP_i}{dt} = \lambda\cdot P_{i-1} - (\lambda + i\mu)\cdot P_i + (i+1)\cdot\mu P_{i+1}; \quad (1\leq i\leq m-1); \\[2ex] \dfrac{dP_{m+r}}{dt} = \lambda\cdot P_{m+r-1} - (\lambda + m\mu + r\cdot v)\cdot P_{m+r} + (m\mu + (r+1)\cdot v)\cdot P_{m+r+1}; \quad (r\geq 0). \end{cases}$$

Если система в начальный момент времени находилась состоянии S_i, то начальными условиями являются $P_i=1$ и $P_j=0$ ($j=1,2,...,m+r,...;\ j\neq i$). Полученная система становится конечной, если накладываются ограничения на r (длину очереди). Но даже и без таких ограничений на практике используют то обстоятельство, что с увеличением r вероятности P_{m+r} становятся пренебрежимо малыми. Поэтому последние уравнения, начиная с некоторого значения r, могут быть отброшены. Решение системы уравнений процесса обслуживания совместно с нормировочным условием $\sum P_i=1$ при $0\leq i\leq n$ дает вероятность $P_i(t)$ состояний S_i, которые полностью определяют протекание процесса во времени.

Стационарный режим. Особый интерес вызывает не только протекание процесса обслуживания во времени, но и предельный стационарный режим, который наступает при $t\to\infty$. Стационарный режим описывается системой алгебраических уравнений, которая получается из системы дифференциальных уравнений путём приравнивания к нулю всех производных по времени.

В стационарном режиме система также меняет свои состояния случайным образом, но их вероятности уже не зависят от времени. Каждая из них, являясь постоянной величиной, характеризует относительное время пребывания системы в данном состоянии.

Присоединив к системе алгебраических уравнений нормировочное условие $\sum P_i=1$ при $0\le i \le n$ можно определить значения вероятностей в установившемся режиме и получить ряд общих характеристик процесса. Из первого уравнения находим $P_i=[\lambda/\mu]\cdot P_0 = aP_0$,

где $a=\lambda/\mu$ - приведённая плотность потока требований, т.е. среднее число требований, поступающих за среднее время обслуживания одного требования.

Определяя из каждого последующего уравнения новую неизвестную и подставляя новые значения неизвестных, выраженных из предыдущих уравнений, получаем $P_i=a^i P_0/i!$ $(1\le i \le m)$.

При $i>m$ тем же способом находим:

$$P_{m+r} = a^m \cdot \frac{a^r}{m!\cdot\prod_{j=1}(m+j\cdot b)} \cdot P_0 = a^r \cdot \frac{P_m}{\prod_j (m+j\cdot b)}, \qquad (r\ge 1),\ j=\overline{1,r},$$

где $b=\nu/\mu$ по аналогии называется приведённой плотностью потока уходов из очереди (без обслуживания). Используя нормировочное условие имеем:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{m} \frac{a^i}{i!} + \frac{a^m}{m!}\cdot \sum_{r=1}^{\infty} \frac{a^r}{\prod_j (m+jb)}}, \quad j=\overline{1,r}.$$

Средняя длина очереди r_{cp} определяется как математическое ожидание числа находящихся в очереди требований, т.е.

$$r_{cp} = \sum_{r=1}^{\infty} rP_{m+r} = \frac{a^m}{m!}\sum_{r=1}^{\infty} r\frac{a^r P_0}{\prod_{j=1}(m+jb)}, \quad (r\ge 1),\ j=\overline{1,r}$$

Так как некоторые требования, не дождавшись обслуживания, покидают очередь с интенсивностью ν, то всегда будет уходить $\nu\cdot r_{cp}$ требований в единицу времени, и из λ поступивших за это время требований будет обслужено $\lambda - \nu\cdot r_{cp}$. Отсюда находим важные характеристики системы: относительную пропускную способность q и среднее число занятых каналов k_{cp}:

$$q = \frac{\lambda - \nu\cdot r_{cp}}{\lambda} = 1 - \frac{\nu\cdot r_{cp}}{\lambda};\quad k_{cp} = \frac{\lambda - \nu\cdot r_{cp}}{\mu} = a - b\cdot r_{cp}.$$

Величина q характеризуется вероятностью того, что поступившее в систему требование будет обслужено (при отсутствии очереди $r_{cp}=0$ и $q=1$, т.е. все требования обслуживаются).

Величину k_{cp} можно также определить как математическое ожидание числа занятых каналов:

$$k_{cp} = \sum_{i=0}^{m-1} iP_i + \sum_{r=0}^{\infty} mP_{m+r} = \sum_{i=0}^{m-1} iP_i + m\cdot\left(1 - \sum_{i=0}^{m-1} P_i\right),$$

где использовано нормировочное условие и то обстоятельство, что в состоянии S_{m+r} все m каналов заняты. Это выражение более удобно, так как не требуется суммировать бесконечный ряд (при определении r_{cp}). Поэтому им можно пользоваться при определении q и r_{cp}.

$$r_{cp} = \frac{a-k_{cp}}{b} = \frac{\lambda - \mu k_{cp}}{\nu};\quad q = 1 - \frac{\nu - (a-k_{cp})}{\lambda b} = \frac{k_{cp}}{a} = \frac{\mu}{\lambda}k_{cp}$$

Отсюда, в частности, следует, что относительную пропускную способность системы можно рассматривать как отношение среднего числа занятых каналов к приведенной плотности потока требований.

Из предыдущего материала можно получить ряд важных частных случаев и рассмотреть чистую СМО с ожиданием, систему с отказом и систему с ограниченной длиной очереди.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Кузовлев В.И., Шкатов П.Н.* Математические методы анализа производительности и надёжности САПР. – М.: Высшая школа, 1990. – 143 с.
2. *Сигорский В.П.* Математический аппарат инженера. – Киев: Техніка, 1975. – 765 с.

Ю.П. Волощенко, О.Н. Негоденко

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНТЕГРИРОВАННОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СТРУКТУРЫ

Изучение современных САПР ИС показало, что они не содержат математические модели, учитывающие ряд особенностей физических процессов в открытых СВЧ системах, например, воздействие полей межсоединений и полупроводниковых приборов (ПП) друг на друга, соизмеримость времени пролета носителей заряда в ПП с длительностью транспортировки электромагнитной (ЭМ) энергии между ними [1]. Указанные недостатки используемых моделей ограничивают достоверность результатов проектирования СВЧ ИС. Поэтому при создании САПР ИС существует необходимость совершенствования моделей, ориентированных на описание функционирования элементов ИС СВЧ.

В данной статье излагается методика моделирования полупроводниковой структуры, представляющей собой фрагмент ИС СВЧ, состоящей из массива ПП, связанных проводниками. Кроме того, приводятся результаты изучения трансформации напряжения межсоединением фрагмента ИС в зависимости от плотности потока мощности, переносимой падающей бегущей волной вдоль него. Описываемая модель необходима при реализации итерационного расчета методом гармонического баланса электрической цепи с распределенными параметрами и конструкции ИС СВЧ, тестировании физической реализуемости периодической системы активных нелинейных элементов (НЭ).

В процессе моделирования полупроводниковой структуры необходимо учесть направления циркуляции волн полного тока и напряжения, установить закономерности изменения потенциала вдоль цепи, а результаты исследования представить в аналитической явной форме. Эти параметры задают мгновенное положение рабочей точки на колебательной и динамической вольтамперных характеристиках ПП и НЭ в схеме замещения, импедансные условия в конце линии передачи. Поэтому исследуем ИС как единую колебательную открытую систему и волновую нелинейную электрическую цепь методами эквивалентных синусоид и гармонической линеаризации параметров ПП[3].

На первом этапе проанализируем режим вынужденных колебаний фрагмента ИС, образованного межсоединением и ПП, интегрированных в общее ЭМ поле. Считаем, что каждая из составляющих ЭМ поля ИС, тока и напряжения в схеме волновой цепи с НЭ представляет собой гармоническую функцию времени. Проведем усреднение характеристик элементов схемы замещения, входящих в топологические и компонентные уравнения математической модели фрагмента, за харак-