БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Курейчик В.В., Нужнов Е.В.* Подготовка инженеров специальности 230104 на основе использования методологии и промышленных САПР компании Cadence Design Systems // Труды Международных научно-технических конференций «Интеллектуальные системы (IEEE AIS'05)» и «Интеллектуальные САПР (CAD-2005)». Научное издание в 4-х томах. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2005, т.4 – С. 98-104.
2. *Нужнов Е.В., Ковалев А.В.* Варианты использования промышленных САПР компании Cadence Design Systems в техническом университете // Труды Международных научно-технических конференций «Интеллектуальные системы (IEEE AIS'05)» и «Интеллектуальные САПР (CAD-2005)». Научное издание в трёх томах. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2005, т.2. – С. 430-436.
3. Cadence Design Systems. Products, 2006. – http://www.cadence.com/products.htm.
4. Cadence Design Systems. Products. Custom IC design. Virtuoso Layout Editor, 2006. – http://www.cadence.com/products/custom_ic/veditor/index.aspx.
5. *Курейчик В.В., Нужнов Е.В., Полупанов А.А.* Особенности среды аналогового проектирования Virtuoso. Известия ТРТУ. Тематический выпуск "Интеллектуальные САПР". – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2006. №8(63). – С. 105-110.

В.П. Карелин, В.М. Глушань

МЕТОДЫ СОКРАЩЕНИЯ ПЕРЕБОРА ПРИ ОТЫСКАНИИ ГАМИЛЬТОНОВА ЦИКЛА И РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА НА ПЛОСКОМ ГРАФЕ

Теория графов дает простой, доступный и мощный инструмент построения моделей и решения задач упорядочения элементов, планирования, проектирования и исследования сложных систем. При помощи графов упрощается анализ широкого круга комбинаторных проблем [1].

Экстремальные задачи на графах относятся к области дискретной оптимизации, которая, как и комбинаторный анализ не имеют единой теории, т.е. некоторого набора основных положений, теорем, правил, позволяющих получать общие результаты и рекомендации. Вместе с тем многочисленные исследования и опыт разработки комбинаторных алгоритмов показали, что в ряде случаев все же существуют единые принципы организации вычислений, отражающие особенности того или иного класса моделей. Примерами являются: метод ветвей и границ, исследования на графах, разновидности динамического программирования, методы теории расписаний и др. Общая идея этих методов состоит в замене полного перебора всех вариантов частичными переборами меньших объемов. Это достигается в результате исключения из рассмотрения ряда подмножеств, заведомо не содержащих искомого экстремума и сужения области перспективных вариантов. Идея последовательного анализа и исключения вариантов вполне отвечает естественному ходу человеческой мысли, который был выработан эволюцией [2].

В комбинаторных задачах различают три вида проблем: а) теоретическая возможность существования решений; б) подсчет числа возможных решений; в) выработка алгоритмов отыскания нужного решения (выборки, размещения).

Примерами комбинаторных задач теории графов являются: задача коммивояжера, задача отыскание гамильтонова цикла, размещения вершин, отыскание кратчайших путей, покрытий, паросочетаний, характеристических чисел графа и многие другие. Все эти задачи относятся к классу NP-полных [3], т.е. доказано принципиальное отсутствие алгоритмов их решения с полиномиальной сложностью.

Острая практическая нужда в решении NP-полных задач заставляет искать пути преодоления сложностей, связанных с их решением. В качестве таких путей можно отметить следующие: нахождение приближенных решений; улучшение переборных алгоритмов за счет "разумной" организации стратегии перебора вариантов либо за счет использования алгоритмов решения "сходных" с данной задач; выделение эффективно разрешимых подклассов индивидуальных задач в общей NP-полной задаче; использование сведения NP-полных задач друг к другу [4].

В некоторых случаях, когда размерность задачи относительно невелика, методы комбинаторной оптимизации позволяют за приемлемое время найти наилучшее решение. Однако для большинства практических задач из-за "проклятия размерности" этого сделать не удается и приходиться создавать приближенные алгоритмы.

В свете вышесказанного весьма важной при решении комбинаторных задач является проблема понижения сложности. Эта проблема является центральной не только в теории оптимизации, но и в теории искусственного интеллекта.

К основным из известных методов понижения сложности задач относятся следующие [5]:

- Сведение исходной задачи к совокупности более простых.
- Метод, ориентированный на типовые конфигурации (образцы), для которых уже известны решения. Здесь используются алгоритмы распознавания и классификации.
- Метод агрегирования (обобщения, факторизации), когда лучшее решение отыскивается не на исходном множестве, а среди значительно меньшего числа выделенных представителей. Тем самым решение ухудшается (огрубляется), но трудоемкость его поиска можно существенно сократить.
- Методы ветвлений с отсечениями, ветвей и границ.
- Методы, основанные на применении различных эвристик.
- Методы эволюционных вычислений, основанные на применении эволюционно-генетических процедур, методы генетического поиска, методы случайного поиска [6].
- Использование комбинаций различных подходов и моделей.

Рассмотренные методы входят в арсенал методов искусственного интеллекта.

В данной работе приводится способ отыскания гамильтонова цикла (ГЦ) на плоском графе и основанный на нём алгоритм решения задачи коммивояжёра, использующий метод ветвей и границ. Достоинство предложенного способа в том, что и при поиске ГЦ, и при решении задачи коммивояжёра оперируем не рёбрами, а многоугольниками, образованными ребрами плоского геометрического графа, что существенно сокращает перебор при поиске решения [7].

Задача отыскания гамильтонова цикла и задача коммивояжёра на плоском графе являются NP-полными [4]. Поэтому практический интерес представляет поиск таких переборных алгоритмов, которые при отыскании решения позволяют максимально сократить перебор. Задача отыскания ГЦ, являющаяся частным случаем задачи коммивояжёра, интересна ещё и тем, что до сих пор не существует эффективной процедуры её решения для произвольного графа. Так же неизвестны и критерии существования или отсутствия ГЦ в произвольном графе [1,4].

Гамильтоновым циклом называется простой (не содержащий одинаковых вершин) цикл, включающий все вершины графа. Плоский граф всегда имеет геометрическую реализацию на плоскости, т.е. может быть изображён на плоскости без пересечения и самопересечения рёбер [1]. Такой плоский граф будем называть в дальнейшем геометрическим графом. Геометрический граф имеет специфику, состоящую в том, что его ребра разбивают плоскость на ряд смежных многоугольников (в частном случае это могут быть и треугольники).

Простой замкнутой кривой называется непрерывная самонепересекающаяся кривая, конечные точки которой совпадают. В геометрическом графе простые циклы образуют простые замкнутые кривые. Согласно теоремы Жордана о кривых [8], непрерывная замкнутая линия на плоскости делит плоскость на внутреннюю и внешнюю области. Следовательно, любой простой цикл, а значит и ГЦ, в плоском геометрическом графе делит плоскость на внутреннюю и внешнюю области. Кроме того, и сам геометрический граф разбивает плоскость на внутреннюю и внешнюю области с общей границей (граничным циклом), которой является внешний контур графа. Причём все вершины и ребра графа, не принадлежащие этой общей границе, находятся во внутренней области. Очевидно, что если в данном геометрическом графе существует ГЦ, то он всегда делит плоскость на внутреннюю и внешнюю области так, что в этих областях нет ни одной из вершин графа. Это следует из того, что все вершины входят в ГЦ, т.е. принадлежат общей границе между областями. При этом любое ребро графа, не вошедшее в ГЦ, может находиться в любой из этих областей.

Интересно отметить, что кратчайший замкнутый маршрут, связывающий n точек на плоскости в случае, если не все точки находятся на одной прямой, является замкнутой ломаной с непересекающимися сторонами [1].

Основная идея предлагаемого подхода к отысканию в геометрическом графе ГЦ состоит в выборе в заданном графе начального простого цикла и дальнейшего его наращивания путем добавления по определенному правилу новых вершин. В результате, если в заданном геометрическом графе ГЦ существует, то он будет построен.

При построении ГЦ в качестве начального простого граничного цикла предлагается всегда выбирать внешний контур геометрического графа. Например, для графов, приведенных на рис.1,2, внешний контур проходит через вершины 1–2–3–4–5–1. Все остальные вершины, с 6-й по 20-ю, находятся во внутренней области, закрашенной первоначально серым цветом. Внешняя область окрашена белым цветом.

Увеличивать длину начального цикла (текущего граничного цикла) будем путём выполнения шагов последовательного присоединения к внешней области и закрашивания на рис.1–6 белым цветом тех многоугольников графа, которые примыкают только одной стороной к имеющемуся на данном шаге граничному циклу.

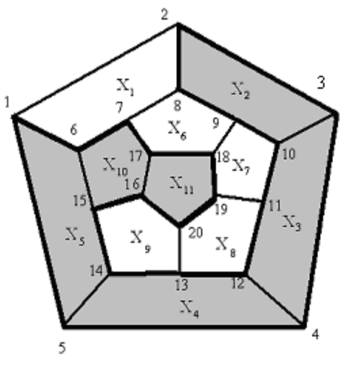

Рис.1. Вариант а) выделения ГЦ

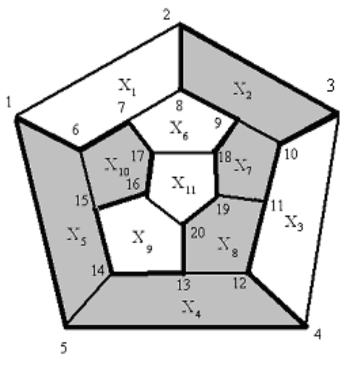

Рис.2. Вариант б) выделения ГЦ

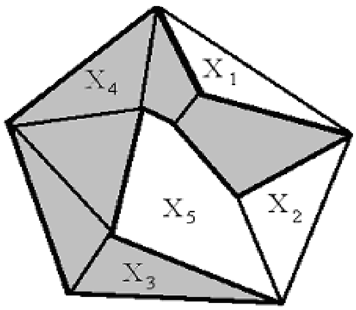

Рис.3. ГЦ найден

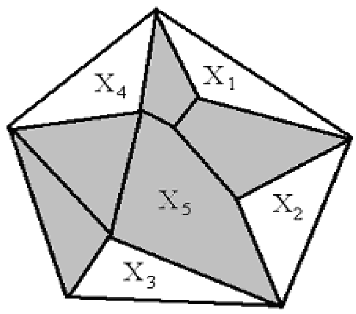

Рис. 4. ГЦ не найден

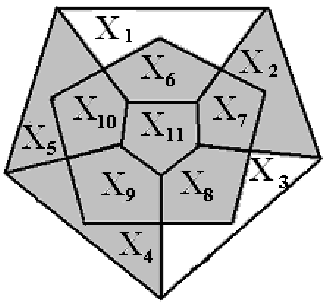

Рис.5. ГЦ отсутствует

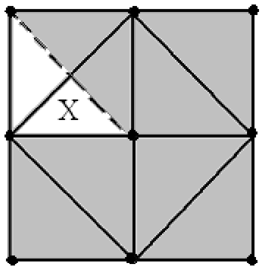

Рис.6. Замена ребра приводит к появлению ГЦ

То есть на каждом шаге должно выполняться следующее правило построения ГЦ: присоединять к граничному циклу можно только такой многоугольник, множество вершин которого в пересечении с множеством вершин граничного цикла имеет ровно две вершины.

Нарушение этого правило может привести либо к тому, что во внешней области (окрашена белым цветом) окажется изолированная вершина, либо к тому, что внутренняя область (окрашена серым цветом) разобьётся на две области, имеющих одну общую вершину. В любом из этих двух случаев, являющихся следствием нарушения правила, построение ГЦ (даже если он в графе и существует) становится невозможным. Многоугольники (МНУГи) на заданном геометрическом графе будем обозначать буквами X_i. Присоединяемым МНУГом может быть треугольник, четырехугольник, пятиугольник и т.д.

Процедура построения ГЦ путём последовательного присоединения МНУГов к внешней области (которую обозначим X_0) в соответствии с приведённым выше правилом показана на рисунках (см. рис.1–3). Для рисунка (см. рис.1) последовательность присоединения МНУГов такова: X_1, X_6, X_7, X_8, X_9. Для рисунка (см. рис.2) последовательность такова: X_1, X_6, X_{11}, X_9, X_3. Для рисунка (см. рис.3) – X_1, X_2, X_5. На этих рисунках ГЦ показан жирной линией. Например, на рисунке (см. рис.1) ГЦ проходит по вершинам 1–6–7–17–18–19–20–16–15–14–13–12–11–10–9–8–2–3–4–5–1. Следует отметить, что указанная процедура присоединения не избавляет от возможных тупиков. Например, на рисунках (см. рис.3,4) для одного и того же графа при последовательном добавлении МНУГ X_1, X_2, X_5 сразу находится ГЦ (показан жирной линией (см. рис.3)), а при последовательности X_1, X_2, X_3, X_4 (см. рис.4) мы приходим в тупик, когда дальнейшее добавление МНУГа при работе по правилу невозможно. Для нахождения ГЦ необходимо вернуться назад и применить другую последовательность.

Известно, что если граф неполный, то существование ГЦ не гарантируется, и, следовательно, задача может и не иметь решения. Существенным, однако является следующее: предложенное правило даёт критерий, позволяющий либо сразу, либо на каком-то шаге присоединения МНУГов однозначно убедиться в отсутствии ГЦ в анализируемом графе (см. рис.5,6). Так, присоединение к внешней области (см. рис.5), в соответствии с правилом, любой последовательности двух МНУГов (например, X_1, X_3) приводит к выводу об отсутствии в данном графе ГЦ (поскольку никаким образом нельзя далее продолжить процедуру наращивания граничного цикла). Для графа (см. рис.6) при отсутствии ребра, изображённого пунктиром, отсутствие ГЦ выявляется сразу, т.к. в соответствии с правилом к внешней области нельзя присоединить никакого МНУГа. Если же в левом верхнем квадрате графа диагональное ребро заменить пунктирным, то в полученном новом графе можно будет присоединить к внешней области треугольник X, что обусловит увеличение внешнего контура (граничного цикла) до ГЦ.

Поскольку авторам неизвестны другие достаточно сильные критерии существования или отсутствия ГЦ, то предложенный критерий может оказаться весьма полезным. Перебор при поиске различных ГЦ можно существенно сократить, если использовать метод ветвлений с отсечениями.

Интересной и практически важной комбинаторной задачей на графах является задача коммивояжёра [1,4,7,8]. Эта задача состоит в нахождении кратчайшего ГЦ, когда каждому ребру графа приписана некоторая длина. При отыскании кратчайшего ГЦ на плоском геометрическом графе с взвешенными рёбрами (решении задачи коммивояжёра) возможны два подхода. Первый предполагает нахождение всех ГЦ, среди которых и выбирается кратчайший. Второй подход состоит в использовании процедуры целенаправленного наращивания некоторого исходного граничного цикла до получения кратчайшего ГЦ. Оба подхода предполагают организацию поиска с возвратами. Одним из наиболее эффективных методов, приводящих к существенному сокращению перебора при решении задачи коммивояжёра на полном графе, является метод ветвей и границ и, в частности, использующий этот метод алгоритм Литтла [9].

Однако перебор при использовании метода ветвей и границ для решения задачи коммивояжёра на плоском геометрическом графе можно существенно сократить, если в отличие от алгоритма Литтла на каждом шаге при построении кратчайшего ГЦ добавлять не одно из рёбер графа, а некоторый многоугольник.

Рассмотрим более подробно идею предлагаемого алгоритма.

Как известно [4,9], для применения метода ветвей и границ к задаче комбинаторной оптимизации необходимо выполнение следующих операций:

а) выбрать способ разделения множества всех допустимых планов задачи оптимизации на непересекающиеся подмножества (разработать правило ветвления);

б) разработать способ построения и вычисления оценок для подмножеств (при поиске минимума – оценок снизу);

в) доказать, что оценки для подмножеств не лучше (при поиске минимума – не меньше) оценки для разбиваемого множества.

Не существует общих правил для разбиения множеств и построения оценок. Алгоритмы для конкретных задач должны строиться индивидуально, на основании учета особенностей задачи.

Для плоского геометрического графа, как было показано выше, ГЦ можно строить путём последовательного отнесения (в соответствии со сформулированным выше правилом) МНУГов из внутренней области во внешнюю область, полагая на начальном шаге в качестве границы между областями внешний контур графа. Этот подход будем использовать и при построении кратчайшего ГЦ. В качестве идеальной оценки корневой вершины на дереве ветвлений берётся сумма первых n элементов (длин рёбер) из упорядоченного по возрастанию длин списка рёбер исследуемого плоского геометрического графа. Кортеж, включающий эти n первых наименьших значений длин ребер анализируемого графа, и составит исходный идеальный вектор R_0 длин рёбер, условно входящих в кратчайший ГЦ.

Организация ветвления вершин возможна двумя способами:

А) Из вершины выходят k ветвей. Количество ветвей (k) соответствует количеству различных МНУГов, которые можно присоединить к внешней области (в соответствии с правилом) на данном шаге ветвления [7].

Б) Из корневой вершины выходят только две ветви. Одна ветвь (левая) соответствует тому, что некоторый МНУГ X_i мы присоединяем к внешней области (и тем самым увеличиваем длину строящегося цикла), другая (правая) соответствует тому, что МНУГ X_i мы не присоединяем к внешней области.

Второй способ организации ветвления представляется более эффективным, поэтому в дальнейшем изложении будем ориентироваться на применение именно этого способа.

При выборе очередного присоединяемого к внешней области X_0 (в соответствии с правилом) МНУГа можно применять различные эвристики. Например: а) присоединять лучше тот МНУГ, у которого общая с внешней областью сторона (ребро) имеет большую длину, чем альтернативные стороны (ребра) из других МНУГов; б) присоединять лучше тот МНУГ, у которого величина S равная среднему арифметическому от суммы длин, присоединяемых на данном шаге ребер, меньше, чем у других альтернативных МНУГов. Иначе говоря, величина S равна отношению разности между длиной периметра МНУГа и длиной общей с внешней областью стороны МНУГа к уменьшенному на единицу числу вершин МНУГа. Применение этих или иных эвристик увеличивает вероятность сокращения перебора при построении кратчайшего ГЦ.

Оценка каждой новой вершины дерева ветвлений получается уточнением (пересчётом) оценки родительской вершины с учётом того – присоединили мы на данном шаге к внешней области X_0 очередной МНУГ или нет.

Содержательная формулировка алгоритма построения кратчайшего ГЦ для плоского геометрического графа будет иметь следующий вид.

1) На очередном шаге при ветвлении вершины, имеющей наименьшую оценку среди остальных неветвлённых вершин, принимается решение: добавлять ли к полученной на предыдущих шагах внешней области X_0 некоторый выбранный МНУГ X_i или нет.

2) Если нет (правая ветвь), то длина граничного с внешней областью X_0 ребра из X_i включается в кортеж (вектор) R родительской вершины вместо ближайшего меньшего или равного непомеченного значения и помечается, как неприкосновенная для последующих изменений элементов из R (пометку делаем подчёркиванием). Полученный скорректированный кортеж R и будет являться идеальным планом для новой (дочерней) вершины, ограничивающей правую ветвь. Длина гра-

ничного цикла полученной дочерней вершины не меняется. Оценка этой вершины определяется суммированием значений элементов полученного скорректированного кортежа R. Переходим к п.4 алгоритма.

3) Если решаем добавлять X_i к внешней области X_0 (левая ветвь), то оценку полученной дочерней вершины, ограничивающей левую ветвь, пока не меняем и рассматриваем возможность присоединения к X_i^0 (в соответствии с правилом) очередного наиболее подходящего из смежных с X_i^0 МНГУов.

Если оказывается, что к X_i^0 можно в соответствии с правилом присоединить МНУГ X_j из внутренней области, то оценку ранее полученной дочерней вершины подсчитываем после выполнения следующих преобразований. Ребро, общее для МНГУов X_0 и X_i^0 удаляем из текущего внешнего цикла. Одновременно с этим из кортежа R удаляется элемент (если таковой имеется) со значением равным длине этого удаляемого ребра. Затем к граничному циклу добавляем все другие ребра, входящие в X_i^0. В кортеже R значения m непомеченных элементов, за исключением элемента, соответствующего длине ребра, общего для МНГУов X_i^0 и X_j, меняем на значения длин m рёбер из X_i^0, добавленных к внешнему циклу, за исключением ребра, общего для МНГУов X_i^0 и X_j, и помечаем. Иначе говоря, при совпадении значений элементы не меняем, но помечаем, а при несовпадении – значением длины добавляемого ребра заменяем ближайшее к нему меньшее значение в кортеже R и также помечаем. Полученный скорректированный кортеж R и будет являться идеальным планом для новой (дочерней) вершины, ограничивающей левую ветвь. Суммируем значения элементов в скорректированном кортеже R и полученную сумму принимаем за оценку вершины – результата добавления X_i к внешней области X_0. Переходим к п.4 алгоритма.

Если же оказывается, что к X_i^0 в соответствии с правилом присоединять никакой МНУГ нельзя, то ребро, общее для МНГУов X_0 и X_i^0 удаляем из текущего внешнего цикла. Одновременно с этим из кортежа R удаляется элемент (если таковой имеется) со значением равным длине этого удаляемого ребра. Затем к граничному циклу добавляем все другие ребра, входящие в X_i^0. В кортеже R значения m непомеченных элементов, меняем на значения длин m рёбер из X_i^0, добавленных к внешнему циклу, и помечаем. Иначе говоря, при совпадении значений элементы не меняем, но помечаем, а при несовпадении – значением длины добавляемого ребра заменяем ближайшее к нему меньшее значение в кортеже R и также помечаем. Полученный скорректированный кортеж R будет являться идеальным планом для новой (дочерней) вершины, ограничивающей левую ветвь. Суммируем значения элементов в скорректированном кортеже R и полученную сумму принимаем за оценку вершины – результата добавления X_i к внешней области X_0. Переходим к п.4 алгоритма.

4) Среди ещё неветвлённых вершин дерева выбираем для ветвления вершину с наименьшей оценкой. Если выбранная вершина является тупиковой (т.е. её невозможно далее ветвить), а соответствующий ей граничный цикл содержит меньше n вершин, то выбираем для ветвления не тупиковую вершину с наименьшей оценкой и, если соответствующий данной вершине дерева ветвлений граничный цикл содержит меньше n вершин, то переходим к п.1 алгоритма.

Если же в дереве ветвлений вершине с наименьшей оценкой соответствует граничный простой цикл, включающий ровно n различных вершин, то эта вершина является решением задачи коммивояжера и кратчайший ГЦ найден. В случае же, когда все неветвлённые вершины дерева являются тупиковыми, а соответствующие им граничные циклы содержат меньше n вершин, ГЦ в анализируемом плоском графе отсутствует и, следовательно, задача коммивояжера для данного графа не имеет решения

В качестве исходных данных при отыскании кратчайшего ГЦ (при решении задачи коммивояжёра) для плоского геометрического графа используются следующие: список всех МНУГов анализируемого графа с указанием для каждого МНУГа номеров и количества его вершин, а также длин его рёбер. Имя каждого ребра задано номерами инцидентных данному ребру вершин. Кроме того, задана матрица смежности МНУГов, где факт смежности фиксируется не единицей, а количеством смежных ребер. Также задан список вершин графа и список ребер с их длинами, образующими внешний контур графа.

Таким образом, в работе предложены оригинальные методы решения на плоском графе задачи коммивояжера, отыскания ГЦ, получен критерий, позволяющий устанавливать факт отсутствия ГЦ. Эффективность при решении рассмотренных задач обусловлена тем, что оперируем не рёбрами, а многоугольниками, образованными ребрами плоского геометрического графа, что существенно сокращает перебор.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Басакер Р., Саати Т.* Конечные графы и сети. М.: Наука, 1973. – 368 с.
2. *Михалевич В.С., Кукса А.* Методы последовательной оптимизации в дискретных сетевых задачах. М.: Наука, 1983. 207с.
3. *Гэри М., Джонсон Д.* Вычислительные алгоритмы и труднорешаемые задачи.- М.: Мир, 1982. – 416 с.
4. Компьютер и задачи выбора. М.: Наука, 1989. – 208 с.
5. *Берштейн Л.С., Карелин В.П., Целых А.Н.* Модели и методы принятия решений в интегрированных интеллектуальных системах. Ростов/Д. Изд. РГУ, 1999. – 275с.
6. *Курейчик В.М.* Генетические алгоритмы. Монография. Таганрог: Изд-во ТРТУ,1998.
7. *Карелин В.П., Протасов В.И.* Эффективный метод отыскания гамильтонова цикла и решения задачи коммивояжера на плоском графе. Сб. материалов международной конференции "Оптимальные методы решения научных и практических задач-2005". Таганрог, ТРТУ, 2005.
8. *Оре О.* Графы и их применение. М.: Мир. 1965.
9. *Кофман А.* Введение в прикладную комбинаторику. М: Наука, 1975. – 480 с.

В.В. Курейчик, Е.В. Нужнов, С.Н. Щеглов, А.В. Иванько

КОМПОНЕНТЫ И СРЕДСТВА ПАКЕТА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЕЧАТНЫХ ПЛАТ PCB DESIGN STUDIO КОМПАНИИ CADENCE DESIGN SYSTEMS

Настоящая статья продолжает серию статей, связанных с внедрением в учебный процесс кафедры систем автоматизированного проектирования (САПР) Таганрогского государственного радиотехнического университета учебных версий промышленных САПР изделий электроники (заказных интегральных схем (ИС) различной степени интеграции, печатных плат, микросборок и интегральных систем на платах) компании Cadence Design Systems (США) (далее Cadence) [1-4]. Она посвящена компонентам и средствам пакета программ автоматизированного проектирования печатных плат (ПП) PCB Design Studio.

ПП являются основным элементом электронной аппаратуры, выполняя функции несущей конструкции и коммутационного устройства. ПП широко применяются в бытовой технике, аппаратуре средств связи, вычислительной технике, раз-