Раздел I. Искусственный интеллект и нечеткие системы

Е.А. Борисова, В.И. Финаев

РАЗРЕШИМОСТЬ ТРИАКСИАЛЬНОЙ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ С НЕЧЕТКИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Задачи исследования операций имеют важное научное и прикладное значение при переоснащении производственных объектов, управлении запасами, для оптимальной организации транспортных перевозок и прочее.

При решении задач существенное значение имеют методы моделирования, применение методов искусственного интеллекта, т.к. объективно формализовать все параметры задач в виде определенных чисел можно далеко не всегда. Причинами подобного представления являются не учитываемые воздействия во внешней среде, непредсказуемые изменения в структуре объектов, невозможность точного установления начальных параметров, параметров состояний, другие случайные факторы.

Задачи не формализуются достаточно точно, их постановка существует в неопределенных терминах, и они могут быть решены с применением методов системного анализа на основе обработки знаний экспертов.

К задачам исследования операций – транспортным задачам относится триаксиальная транспортная задача с нечеткими параметрами [1], решение которой связано с поиском равновесия, т.е. такого состояния, для которого функционал достигает нечеткого минимума.

При решении триаксиальной транспортной задачи с нечеткими параметрами [2] необходимо определить множество X={ $\tilde{x}^*_{ijk}$ }, минимизирующее целевую функцию [3]

$$\tilde{L}(X) \cong \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p}\tilde{c}_{ijk}\tilde{x}_{ijk}\,, \tag{1}$$

где $\cong$ - операция нечеткого равенства, удовлетворяющего ограничениям:

$$\sum_{k=1}^{p}\tilde{x}_{ijk} \cong \tilde{a}_{ij},\quad i\in I, j\in J\,, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\tilde{x}_{ijk} \cong \tilde{b}_{jk},\quad j\in J, k\in K\,, \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\tilde{x}_{ijk} \cong \tilde{c}_{ik},\quad i\in I,\ k\in K\,, \tag{4}$$

$$\tilde{x}_{ijk} \tilde{\geq} 0,\quad i\in I, j\in J,\ k\in K\,, \tag{5}$$

где m - центры производства; n - виды продукции, предназначенной для применения на p предприятиях; $\tilde{c}_{ijk}$ - нечеткая стоимость перевозки единицы объема продукции k из центра производства i в центр потребления j; $\tilde{a}_{ij}$ - нечеткое количество продукции, поставляемой i-м в центром потребления j-му потребителю; $\tilde{b}_{ijk}$ -

нечеткое количество продукта k, необходимое центру потребления j; $\tilde{c}_{ik}$ - нечеткое количество продукта k, выпускаемое центром производства i; $\tilde{\geq}$ - операция нечеткого условия равенства или большинства.

Для разрешимости задачи необходимо выполнение условия нечеткого баланса, определенного уравнениями:

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \tilde{=} \sum_{k=1}^{p} \tilde{c}_{ik}, \quad i \in \overline{1,m}; \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_{ij} \tilde{=} \sum_{k=1}^{p} \tilde{b}_{jk}, \quad j \in \overline{1,n}; \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_{jk} \tilde{=} \sum_{i=1}^{m} \tilde{c}_{ik}, \quad k \in \overline{1,p}; \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \tilde{=} \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{p} \tilde{c}_{ik} \tilde{=} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} \tilde{b}_{jk}. \tag{9}$$

Докажем существование условия нечеткого баланса.

Пусть $\tilde{X} = \{\tilde{x}_{ijk}\}$ есть план задачи, причем компонента $\tilde{x}_{ijk}$ определяет нечеткий объем поставок продукции k–го вида i–м центром производства j–му потребителю.

Суммируя правую и левую части в уравнениях (2) и (3) по переменным i и k, получим:

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} \tilde{x}_{ij} \tilde{=} \sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_{ij}; \tag{10}$$

$$\sum_{k=1}^{p} \sum_{j=1}^{n} \tilde{x}_{ij} \tilde{=} \sum_{k=1}^{p} \tilde{b}_{ik}. \tag{11}$$

Так как левые части уравнений (10) и (11) нечетко равны, то выполняется нечеткое равенство,

$$\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_{ij} \tilde{=} \sum_{k=1}^{p} \tilde{b}_{jk}.$$

Следовательно, условие (7) выполняется. Подобным образом доказывается выполнение условий (6), (8) и (9).

Если для задачи выполняются условия (6) – (9), то задачу будем называть нечетко сбалансированной.

Пусть $\tilde{\Xi}_{IJK} = \{\tilde{\xi}_{ijk}\}, \ i \in I \subset I_0 = \overline{1,m}, \ j \in J \subset J_0 = \overline{1,n}, \ k \in K \subset K_0 = \overline{1,p}$ - произвольная подматрица трехиндексной матрицы с нечеткими коэффициентами.

Введем подматрицу $\tilde{\Xi}^*_{IJK} = \{\tilde{\xi}_{ijk}\}, \ i \in \bar{I} \subset I_0, \ j \in \bar{J} \subset J_0, \ k \in \bar{K} \subset K_0$ такую, что

$$I \cup \bar{I} = I_0, \ I \cap \bar{I} = \varnothing, \ J \cup \bar{J} = J_0, \ J \cap \bar{J} = \varnothing, \ K \cup \bar{K} = K_0, \ K \cap \bar{K} = \varnothing.$$

Подматрицы $\tilde{\Xi}_{IJK} = \{\tilde{\xi}_{ijk}\}$ и $\tilde{\Xi}^*_{IJK} = \{\tilde{\xi}_{ijk}\}$ с нечеткими элементами образуют нечетко сопряженную пару, которая задается разбиением множеств I_0, J_0, K_0 на взаимно дополняющие пары подмножеств $(I,\bar{I}),(J,\bar{J}),(K,\bar{K})$.

Совокупность нечетких компонент

$$\tilde{\xi}_{ijk}, \ i \in \bar{I}, \ j \in J_0, \ k \in K_0; \ \tilde{\xi}_{ijk}, \ i \in I, \ j \in \bar{J}, \ k \in K_0; \tilde{\xi}_{ijk}, \ i \in I, \ j \in J, \ k \in K$$

Назовем дополнением подматрицы $\tilde{\Xi}_{IJK}$ и обозначим через $\tilde{\bar{\Xi}}_{IJK}$.

С каждой нечеткой переменной $\tilde{x}_{ijk}$, заданной в виде нечеткого интервала свяжем две последовательности $m_{ijk}^{(\nu)}$ и $M_{ijk}^{(\nu)}$, $\nu = 1,2,3,...$, определяемые рекуррентными соотношениями

$$m_{ijk}^{(1)} \cong 0;\ M_{ijk}^{(1)} \cong min\{\tilde{a}_{ij}, \tilde{b}_{jk}, \tilde{c}_{ik}\},\quad \nu = 1,$$

$$m_{ijk}^{(\nu)} \cong max\{ m_{ijk}^{(\nu-1)}, (\tilde{a}_{ij} - \sum_{\substack{g=1\\ g\neq k}}^{p} M_{ijg}^{(\nu-1)}),\ (\tilde{b}_{jk} - \sum_{\substack{g=1\\ g\neq i}}^{m} M_{gjk}^{(\nu-1)}),\ (\tilde{c}_{ik} - \sum_{\substack{g=1\\ g\neq j}}^{n} M_{igk}^{(\nu-1)})\};,$$

$$M_{ijk}^{(\nu)} \cong min\{M_{ijk}^{(\nu-1)}, (\tilde{a}_{ij} - \sum_{\substack{g=1\\ g\neq k}}^{p} m_{ijg}^{(\nu)}),\ (\tilde{b}_{jk} - \sum_{\substack{g=1\\ g\neq i}}^{m} m_{gjk}^{(\nu)}),\ (\tilde{c}_{ik} - \sum_{\substack{g=1\\ g\neq j}}^{n} m_{igk}^{(\nu)})\},\ \nu = 2,2,3,...\cdot$$

По аналогии с триаксиальной задачей с четкими параметрами вышеназванные последовательности назовем нечетко минорирующей и нечетко мажорирующей, а ν–й член последовательности $m_{ijk}^{(\nu)}(M_{ijk}^{(\nu)}),\ \mathrm{i,j,k}) \in \mathrm{I \times J \times K}$, представляет собой трехиндексные матрицы $\{m_{ijk}^{(\nu)}\}$ и $\{M_{ijk}^{(\nu)}\}$ с нечеткими параметрами, образуя две матричные последовательности $m^{(\nu)}$ и $M^{(\nu)}$, $\nu=1,2,3,...$ - нечетко минорирующую и нечетко мажорирующую последовательности триаксиальной задачи.

Пределы и последовательности M_{ijk} и m_{ijk} последовательностей $M_{ijk}^{(\nu)}$ и $m_{ijk}^{(\nu)}$ $\nu=1,2,3,...$, если они существуют, устанавливают верхнюю и нижнюю границы для переменной $\tilde{x}_{ijk}$, т.е. для разрешимости триаксиальной задачи с нечеткими параметрами необходимо существование пределов:

$$\lim_{\nu}\{m_{ijk}^{(\nu)}\} = m_{ijk};\ \lim_{\nu}\{M_{ijk}^{(\nu)}\} = M_{ijk},$$

таких, что выполняются условия:

$$m_{ijk} \le M_{ijk},\ \ i \in I, j \in J,\ k \in K;$$

$$\sum_{k=1}^{p} m_{ijk} \ \tilde{\le}\ \tilde{a}_{ij} \ \tilde{\le} \sum_{k=1}^{p} M_{ijk},\ i \in I, j \in J;$$

$$\sum_{i=1}^{m} m_{ijk} \ \tilde{\le}\ \tilde{b}_{jk} \ \tilde{\le} \sum_{i=1}^{m} M_{ijk},\ \ j \in J,\ k \in K;$$

$$\sum_{j=1}^{n} m_{ijk} \ \tilde{\le}\ \tilde{c}_{ik} \ \tilde{\le} \sum_{j=1}^{n} M_{ijk},\ \ i \in I,\ k \in K.$$

Однако могут существовать такие задачи, для которых перечисленные условия не выполняются. В этом случае для разрешимости триаксиальных задач с нечеткими параметрами существуют более жесткие необходимые условия разрешимости:

$$\sum_{i\in I}\sum_{k\in K} c_{ik} + \sum_{j\in J}\sum_{k\in \overline{K}} b_{jk} - \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} a_{ij} \ \tilde{\ge}\ 0,$$

где $I \subset I_0=\{1,2,...,i,...,m\}$; $J \subset J_0=\{1,2,...,j,...,n\}$; $K \subset K_0=\{1,2,...,k,...,p\}$; $\overline{K} = K_0 \setminus K$.

Объединение всех условий

Позволяет сформулировать окончательные, достаточно жесткие условия разрешимости триаксиальной распределительной задачи с нечеткими параметрами:

$$\sum_{I\bar{J}K} m_{ijk} + \sum_{\bar{I}\bar{J}\bar{K}} m_{ijk} \ \tilde{\le} \sum_{IK} \tilde{c}_{ik} + \sum_{J\bar{K}} \tilde{b}_{ik} - \sum_{IJ} \tilde{a}_{ik} \ \tilde{\le} \sum_{I\bar{J}\bar{K}} M_{ijk} + \sum_{\bar{I}\bar{J}\bar{K}} M_{ijk},\ \ \forall I,J,K,$$

где m_{ijk} и M_{ijk} – нижняя и верхняя границы, определяемые вышеприведенными рекуррентными процедурами.

Существуют два достаточных условия разрешимости нечетко сбалансированных триаксиальных задач:

а) $$\tilde{x}_{ijk} = \frac{\tilde{a}_{ij}}{p} + \frac{\tilde{c}_{ik}}{n} + \frac{\tilde{b}_{jk}}{m} - \frac{\tilde{c}_k}{mn} - \frac{\tilde{b}_j}{mp} - \frac{\tilde{a}_i}{np} + \frac{\tilde{S}}{mnp} \tilde{\geqq} 0,$$

где

$$\tilde{a}_i = \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij}, \ \tilde{b}_j = \sum_{k=1}^{p} \tilde{b}_{jk}, \ \tilde{c}_k = \sum_{j=1}^{m} \tilde{c}_{ik}, \ \ \tilde{S} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{p} \tilde{c}_{ik}$$

выполняется для всех *(i,j,k)∈E*;

б) $$\tilde{y}_{ijk} = \frac{\tilde{a}_{ij}}{\tilde{a}_i \tilde{b}_j} + \frac{\tilde{c}_{ik}}{\tilde{a}_i \tilde{c}_k} + \frac{\tilde{b}_{jk}}{\tilde{b}_j \tilde{c}_k} \tilde{\geqq} 0, \ (i,j,k) \in E.$$

В заключение отметим, что неразрешимость триаксиальной задачи с нечеткими параметрами не означает невозможность транспортировки грузов.

Неразрешимость означает, что не существует плана, компоненты которого неотрицательны. Однако оптимизация все равно имеет смысл и решается, если произвести замену переменных $\tilde{y}_{ijk} = \tilde{x}_{ijk} + M\,(M > 0)$, *(ijk)∈E.*

Задача оптимизации сводится к отысканию набора $Y=\{\tilde{y}_{ijk}\}$, минимизирующего функцию:

$$L(Y)= \sum_{1=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} \tilde{c}_{ijk} \tilde{y}_{ijk},$$

и удовлетворяющего ограничениям:

$$\sum_{k=1}^{p} \tilde{y}_{ijk} = \tilde{a}_{ij} + pM, \ i \in I, \ j \in J;$$

$$\sum_{i=1}^{m} \tilde{y}_{ijk} = \tilde{b}_{jk} + mM, \ j \in J, \ k \in K;$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{y}_{ijk} = \tilde{c}_{ik} + nM, \ i \in I, \ k \in K;$$

$$\tilde{y}_{ijk} \tilde{\geqq} M, \ (ijk) \in E.$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Борисова Е.А., Финаев В.И.*. Триаксиальная распределительная задача с нечеткими параметрами / Известия ТРТУ. Тематический выпуск «Интеллектуальные САПР». – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2006, №8(63). – С. 17-21.
2. *Дюбуа Д., Прад. А.* Теория возможностей. / Пер. с французского В.Б.Тарасова. – М.: Радио и Связь, 1990. – 288 с.
3. *Раскин Л.Г., Кириченко И.О.* Многоиндексные задачи линейного программирования (теория, методы, приложения). – М.: Радио и связь, 1982. – 240 с.

А.Н. Целых, Э.М. Котов

МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ИЗ ТЕКСТОВОГО ДОКУМЕНТА СЕМАНТИЧЕСКИ БЛИЗКИХ ПАР ПОНЯТИЙ

Принимая во внимание, что смысловое содержание документа является субъективной характеристикой текста и на сегодняшний день отсутствуют приемлемые математические методы описания смысловой нагруженности текста и его отдель-